

## 1.1 מבוא

עניינו של הקורס **שער ללוגיקה** הוא **לוגיקה צורנית**, כלומר לוגיקה העוסקת רק בצורה או במבנה הלוגי של טענות ושל טיעונים, להבדיל מלוגיקה המתעניינת גם בתוכן של הטענות.

הלוגיקה הצורנית עתיקת יומין היא, ונהוג לראות את ראשיתה במאה הרביעית לפנה"ס, בהגותו של הפילוסוף היווני אריסטו.<sup>1</sup> למרות זאת, ההתפתחויות בלוגיקה לא היו רבות במשך 2,300 השנים שבאו לאחר התקופה בה פעל אריסטו; למעשה, עד לסוף המאה ה-19 כמעט כל השיטות הלוגיות שפותחו, התבססו במידה רבה על הלוגיקה האריסטוטלית (ראו פרק 2). קפיצת הדרך המשמעותית ביותר בתחום בוצעה על-ידי הפילוסוף הגרמני גוטלוב פרגה,<sup>2</sup> בספר שפרסם בשלהי המאה ה-19, ואנו מבחינים כיום בין לוגיקה מודרנית פרגיאנית, לבין לוגיקה אריסטוטלית פְּרָה־פרגיאנית.

מקורה של המילה "לוגיקה" הוא במילה היוונית "לוגוס", שלה שימושים רבים. בין היתר, במשמעות המילה "מילה" עצמה. הפילוסוף היווני היראקליטוס<sup>3</sup> השתמש במילה "לוגוס" במשמעות של סדר חוקי. שימוש אחר של המילה "לוגוס" בשפה היוונית הוא מחשבה. כיום אנו משתמשים במילה **לוגיקה** כדי לציין את תחום החקירה, שעניינו ההבחנה בין **טיעונים תקפים** לטיעונים שאינם תקפים, וחקר הקשרים שבין **טענות** שונות.

- 1 על אריסטו ראו בתחילת פרק 2.
- 2 גוטלוב פרגה (Friedrich Ludwig Gottlob Frege, 1848-1925), פילוסוף ומתמטיקאי גרמני. תרומתו החשובה ביותר ללוגיקה המודרנית היא הדרך שהציע לטפל בכמתים הלוגיים (ראו בפרק 8) והשימוש שהנהיג במושג פונקציה. ספרו הלוגי החשוב הוא **כתב מושגים** אותו פרסם בשנת 1879, ואשר תורגם לעברית על-ידי גלעד ברעלי (ירושלים: הוצאת שלם, 2004). במבוא לתרגום העברי של הספר, שנכתבה על-ידי ברעלי, ניתן למצוא דיון מפורט בהישגי הלוגיקה, בתקופה שבין אריסטו לפרגה.
- 3 היראקליטוס נולד באפסוס שבאסיה הקטנה במאה ה-6 לפנה"ס. פעל בסוף המאה ה-6 ובתחילת המאה ה-5 לפנה"ס. היראקליטוס היה אחד מהפילוסופים הראשונים של תרבות המערב ומהגותו נשתמרו רק חלקי ציטוטים (פרגמנטים) בכתביהם של הוגים אחרים.

לעיתים מכונה הלוגיקה "תורת ההיגיון", אך אנו מעדיפים שלא להשתמש בשם זה, משום שהוא עשוי להטעות; בביטוי "היגיון" אנו משתמשים פעמים רבות, כדי לציין את מה שהוא מתקבל על הדעת, או את מה שסביר, אך למעשה, אין הלוגיקה עוסקת כלל במה שיכול להתקבל על הדעת או במה שהוא סביר. למשל, נכון לומר כי אין זה הגיוני שאני אצמיח כנפיים פתאום, אך ללוגיקה המודרנית אין דבר לומר על כך (מלבד זאת שהדבר אפשרי ואין הוא בגדר סתירה עצמית). מצד שני, לעיתים אנו עשויים לחשוב, כי קביעה מסוימת של הלוגיקה היא עצמה בלתי-הגיונית, כמו למשל הקביעה שמסתירה לוגית ניתן להוכיח כל דבר. את הביטוי "היגיון" נשאיר, אם כן, לתחומים אחרים ונדבק בשם "לוגיקה".

מעניין לציין, שעוד מראשית התפתחות התיאוריות הלוגיות, היחס אל הלוגיקה היה כאל תחום חקר בעל מעמד מיוחד: הלוגיקה נתפסה ככלי בסיסי, כלי שרת ההכרחי לכל מדע אחר. כל תחומי החקר שבני אדם עוסקים בהם כפופים לחוקי הלוגיקה ומבחינה זו **הלוגיקה היא המדע היסודי והבסיסי ביותר** – הלוגיקה היא כלי המשרת אותנו בחשיבתנו. אך לא רק מעמד של כלי שרת לכל המדעים ניתן ללוגיקה – אריסטו כינה את הלוגיקה בשם "מלכת המדעים" כבר במאה הרביעית לפנה"ס ואלפרד וייטהד<sup>4</sup> חזר על קביעה זו בראשית המאה ה-20. התייחסות דרערכית זו אל הלוגיקה – כלי שרת מצד אחד, ושלִיטָה המציבה גבולות וקובעת חוקים מצד שני – יש בה כדי ללמד רבות על חשיבותה הגדולה של הלוגיקה לחשיבה הרציונלית. לוגיקה אינה רק מכשיר או כלי המשמש את החושב הרציונלי, אלא היא גם השליטה הקובעת גבולות לחשיבה הרציונלית.

כעת נמשיך ונשאל – איזו מין תיאוריה היא התיאוריה הלוגית? ובכן, התשובה הפשוטה היא שלוגיקה היא תיאוריה העוסקת בעיקר ב**טיעונים**. אך אל לנו לטעות: הלוגיקה אינה מתעניינת בכל הטיעונים, ואינה מעוניינת בכל היבט של טיעונים. אנו נוכל להבין מהו תחום דיונה של הלוגיקה רק לאחר שנסיים לקרוא פרק זה כולו, אך נקדים ונאמר כי הלוגיקה המודרנית מתעניינת רק בהיבט ה**צורני** של **טיעונים**, ובמיוחד בטיעונים **תקפים דדוקטיביים**.

המשפט האחרון מעלה שאלות רבות: מהו בדיוק טיעון? מהי תקפות דדוקטיבית? מהם הטיעונים בהם הלוגיקה אינה מתעניינת? מדוע הלוגיקה מתעניינת רק בצורה של טיעונים ולא בתוכם?

על שאלות אלה ננסה לענות בפרק זה.

4 אלפרד נורת' וייטהד (Alfred North Whitehead, 1861–1947). פילוסוף ולוגיקן בריטי אשר תרומתו הגדולה הייתה חיבורו *Principia Mathematica* (שכתב יחד עם הפילוסוף הנוודע ברטראנד ראסל). בספר מופיעים היסודות החשובים של הלוגיקה הצורנית. חיבורים אחרים שלו עוסקים בפילוסופיה של המדע ואף בפיסיקה.

## 1.2 טענות וערכי־אמת

בסוף הסעיף הקודם קבענו כי הלוגיקה הצורנית מתעניינת בהיבט הצורני של טיעונים, ומוטלת עלינו המשימה לברר את המשמעות המדויקת של קביעה זו. באופן ראשוני, נגדיר טיעון כאוסף של טענות, שבו אחת מהטענות אמורה לנבוע מהטענות האחרות. למשל: כל היוונים הם בני־אדם, סוקרטס הוא יווני ולכן סוקרטס הוא בן־אדם. בדוגמה זו מופיעות שלוש טענות: (1) כל היוונים הם בני אדם, (2) סוקרטס הוא יווני, ו־(3) סוקרטס הוא בן אדם, והטענה השלישית אמורה לנבוע משתי הטענות הקודמות לה. בהמשך נמשיך ונדייק יותר בהגדרה זו, אך בטרם נוכל לעשות כן, עלינו לטפל בכמה מושגים בסיסיים יותר.

ראשית, קבענו כי טיעון הוא אוסף של טענות. אך מהי טענה? בשם "טענה" אנו מכנים את הדבר שאנו אומרים עליו שהוא אמיתי או שהוא שקרי, או בלשון טכנית יותר, טענה היא **נשא־האמת**. אך עדיין אנו יכולים להמשיך ולשאול, מהו בדיוק אותו הדבר המכונה "נשא־אמת"? שאלה זו שנויה במחלוקת פילוסופית ואין עליה תשובה חד־משמעית. יש הסבורים כי נשא־אמת הוא משפט חיווי, כמו ברלין היא בירתה של גרמניה או הפיל הוא יונק; אחרים סבורים כי נשא־האמת הוא משפט חיווי בתוך הקשר – שהרי ברלין היא בירת גרמניה כרגע, אך בעבר דווקא בון הייתה בירת גרמניה ולא ברלין, משום כך משפט החיווי ברלין היא בירת גרמניה וההקשר שמשפט זה נאמר בו – במקרה זה הזמן בו נאמר המשפט – הם יחדיו נשא־האמת; עמדה פילוסופית אחרת קובעת כי נשא־אמת הם אובייקטים פסיכולוגיים: מחשבות או שיפטים מסוימים, שאנו מביעים לעיתים על־ידי השמעת (או כתיבת) משפטים; ועל־פי עמדה אחרת נשא־אמת הוא אובייקט מופשט, שהוא ה**תוכן** של המשפט המביע את הטענה.

השאלה "מהו נשא־האמת?" היא שאלה מעניינת מאוד, וישנם ספרי פילוסופיה רבים הדנים בה בהרחבה.<sup>5</sup> למרות זאת, אנו לא נעסוק בשאלה זו כלל, מהטעם הפשוט, שאין לדיון זה, או למסקנותיו, כל השלכות על הדרך שאנו נבנה את השיטות הלוגיות אשר יוצגו ויילמדו במהלך קורס זה. כך או כך, אנו נדבר על טענות אמיתיות ועל טענות

5 למשל: Hilary Putnam, וכן Susan Haack, *Philosophy of Logics*, Cambridge University Press, 1978  
*Philosophy of Logic*, Allen and Unwin, 1972

שקריות, על משפטים אמיתיים או שקריים, ואף על פסוקים אמיתיים ופסוקים שקריים; לא מתוך הכרעה בסוגיה הפילוסופית, ולא משום שאנו מבקשים לזהות נשאי-אמת כמשפטים או כפסוקים, אלא מתוך שיקולים פרקטיים בלבד – יהיה לנו נוח יותר לדבר בצורה כזו, אשר תמנע ניסוחים מסורבלים.

גם בשאלה הפילוסופית המעניינת כשלעצמה – מהי אמת? – לא נעסוק כלל. שאלה זו זכתה לתליתילים של מאמרים וספרים המנסים לתת לה מענה, אך למעשה, לא חשוב כיצד אנו מבינים מושג זה, או מהי תפיסתנו הפילוסופית בעניין; כך או אחרת, הדרך שאנו משתמשים במילים "שקר" ו"אמת", כלוגיקנים, אינה יכולה להיות מושפעת מעמדה פילוסופית כזו או אחרת.

שימו לב כי טענה היא אמיתית (או שקרית) ללא קשר לשאלה אם אנו יודעים אם היא אמיתית (או שקרית) או שאיננו יודעים זאת. ישנו הבדל בין **טענה אמיתית** לבין **טענה מאומתת**. ישנם משפטים שהם אמיתיים או שקריים, אף שאיננו יודעים אם הם אמיתיים, או שמא הם שקריים. דוגמה טובה למשפט כזה היא המשפט: ישנם חיים תבוניים מחוץ לכדור-הארץ. כנראה שאף אחד מאיתנו אינו יודע אם טענה זו אמיתית או שקרית, אך ברור לנו שיייתכנו כאן רק שני מצבים: או שיש חיים תבוניים מחוץ לכדור-הארץ, או שאין חיים כאלה, ומכאן או שהמשפט אמיתי או שהוא שקרי. למשפט זה יש ערך-אמת, אף שאיננו יודעים מהו; הטענה לא אומתה ולא נשללה עדיין, אך ברור כי היא חייבת להיות אחד מן השניים: טענה אמיתית או טענה שקרית.

## הסבר

ערך-אמת יכול להיות אחד מהשניים: אמת או שקר.<sup>6</sup> לטענה יש ערך-אמת אחד בדיוק. למשפט ניל ארמסטרונג הוא האדם הראשון שצעד על הירח אנו מייחסים את ערך-האמת: אמת, ולמשפט טיגריס הוא סוג של חרק אנו מייחסים את ערך-האמת: שקר. למשפט ישנם חיים תבוניים מחוץ לכדור-הארץ אין אנו מייחסים ערך-אמת משום שזה אינו ידוע לנו, אך ברור לנו כי יש למשפט זה ערך-אמת, ורק ערך-אמת אחד. ועבור אלה מביינים התוהים: אכן, שקר הוא סוג של ערך-אמת, והוא נכלל בהגדרת הביטוי **ערך-אמת**.

6 טענה זו מוכרת בשם "חוק השלישי הנמנע", או בשם "עקרון השלישי המוצָא" (third-excluded principle). חוק זה קובע כי כל טענה היא או אמיתית או שקרית. אין אפשרות שלישית. חוק זה הוא אחד משלושת חוקי החשיבה הבסיסיים שקבע אריסטו, ובמובן מסוים, אלה החוקים העומדים בבסיסה של הלוגיקה. שני חוקי החשיבה הבסיסיים האחרים הם: חוק הזהות, אשר קובע כי כל דבר זהה לעצמו (ראו בפרק 10, שיוקדש לכללי הזהות בלוגיקה המודרנית) וחוק אי הסתירה, אשר קובע כי אם טענה כלשהי היא אמיתית, כי אז שלילתה היא בהכרח לא-אמיתית, ולהיפך (ראו פרק 2). אף-על-פי שאריסטו סבר כי שלושת החוקים או העקרונות האלה הכרחיים לחשיבה, יש המטילים ספק בתוקפו של חוק השלישי הנמנע, ואנו מכירים שיטות לוגיות שיש בהן יותר משני ערכי-אמת. מכל מקום, הלוגיקה הסטנדרטית, או האלמנטרית, שנלמד בקורס זה, נשענת על חוק השלישי הנמנע.

דוגמה נוספת לטענה שאיננו יודעים מהו ערך-האמת שלה, לקוחה מתחום המתמטיקה: כל מספר זוגי הגדול מ-2 הוא סכום של שני מספרים ראשוניים. טענה זו מוכרת בשם "השערת גולדבך", ועל-אף פשטותה, מעולם לא הצליחו להוכיח את אמיתותה או להפריכה. ברור לכל אחד מאיתנו שטענה זו היא או אמיתית או שקרית, אך אף אחד מעולם לא הצליח להוכיח כי ההשערה אמיתית או שקרית (לפחות לא עד לרגע כתיבת שורות אלה). אנו מבינים היטב כי ניתן לייחס לטענה ערך-אמת, אך איננו יודעים מהו. ישנו הבדל חשוב בין ערך-אמת של טענה לבין אימות של טענה, ואל לנו לבלבל בין שני אלה.

---

## רגע, חושבים

חשבו לרגע על סוגי המשפטים הבאים: שאלות, תיאורים, ציוויים, הגדרות, משוואות מתמטיות, הכללות, שיפוטים מוסריים, שיפוטים אסתטיים. לאילו סוגי משפטים ניתן לייחס ערך-אמת, ולאילו לא ניתן?

---

כמובן, לא כל משפט הוא בעל ערך-אמת ויש משפטים שאין שום משמעות לקביעה שהם אמיתיים או שקריים. שאלות למשל הן כאלה, שהרי אין משמעות לקביעה כי שאלה זו או אחרת היא אמיתית (או שקרית). בדיון זה אנו מעוניינים רק במשפטים שיש משמעות לקביעה שהם אמיתיים (או שקריים). המשפט ניל ארמסטרונג הוא האדם הראשון שצעד על הירח הוא משפט אמיתי, אך לעומת זאת, השאלה מיהו האדם הראשון שצעד על הירח? איננה משפט שניתן לומר עליו שהוא אמיתי או שהוא שקרי; המשפט טיגריס הוא סוג של חרקה הוא משפט שקרי, ושוב, אין משמעות לקביעה כי השאלה "האם טיגריס הוא חרקה?" היא שאלה שקרית.

עלינו לשים לב לכך שיש משפטים הנדמים כבעלי ערך-אמת, בעוד שלמעשה אינם כאלה; אלה הם משפטים חסרי משמעות. דוגמה למשפט כזה היא המשפט השעה על השמש היא חמש אחה"צ בעת. משפט זה איננו בעל ערך-אמת משום שאין משמעות לקביעה כי השעה על השמש היא כזו וכזו; השעות נקבעות על-פי מצב כדור-הארץ המסתובב על צירו ביחס לשמש, כך שאי-אפשר לטעון כי המשפט "השעה על השמש היא חמש אחה"צ בעת" הוא משפט שקרי או אמיתי. זהו פשוט משפט חסר משמעות.

ההחלטה אם משפט כלשהו חסר משמעות או בעל משמעות היא **תלוית-הקשר**; משפט שהוא חסר משמעות בהקשר אחד יכול להיות בעל משמעות בהקשר אחר, ויש לשים לב להקשר שהמשפט מובע בו, לפני שמחליטים כי הוא חסר משמעות. המשפט יוליוס קיסר הוא מספר ראשוני נראה במבט ראשון כחסר משמעות – יוליוס קיסר הוא בן אדם ובני אדם אינם יכולים להיות מספרים ראשוניים, רק מספרים יכולים להיות כאלה. ואכן, הוא חסר משמעות במרבית ההקשרים, אבל ניתן לחשוב על הקשר שבו משפט זה יהיה בעל משמעות: חשבו על מצב שבו שני אנשים צופים יחדיו במרוץ סוסים ועל אחד הסוסים, הנושא את השם "יוליוס קיסר", מתנוסס המספר 17; כעת, אם אחד

הצופים אומר כי יוליוס קיסר הוא מספר ראשוני, אנו מבינים היטב את דבריו ולמשפט זה יש משמעות בהקשר שהוא נאמר – הסוס המכונה "יוליוס קיסר" נושא על צידיו מספר שהוא מספר ראשוני.<sup>7</sup> כמוכן שלאותו משפט ממש יכולים להיות פירושים שונים בהקשרים שונים. חשבו למשל על המשפט יש לו ראש נחול; בהקשר אחד יכול הדובר לייחס את הצבע הנחול לראשו של דג המשוטט באקווריום, במקרה אחר הדובר יכול לייחס למחשבותיו של אדם אופי מסוים, או שאנו מתכוונים לטעון כי קצה העט שאנו כותבים בו הוא כחול וייתכנו גם פירושים נוספים בהקשרים אחרים. מה שחשוב לזכור הוא, כי יכול להיות שבהקשר ספציפי, משפט כלשהו יהיה חסר משמעות, כמו שהמשפט השעה על השמש היא חמש הוא חסר משמעות בהקשר שאנו אומרים את הדברים, ואז, כאשר משפט מסוים בהקשר מסוים הוא חסר משמעות, הוא גם חסר ערך־אמת, ומכאן שאיננו טענה.

---

## תרגיל א

לאילו מהביטויים הבאים יש ערך־אמת? (שימו לב להטיות הזמנים ולסימני הפיסוק). נמקו את קביעותיכם.

1. היום יום שישי.
2. היום יום שישי?
3. השולחן עגול.
4. שולחן עגול.
5. השנה החלה אתמול בחצות.
6. אתמול בחצות כל אובייקט פיסיקלי גדל פי שניים.
7. בשנת 2,500 האנושות תיכחד.
8. האנושות בשנת 2,500.
9. את! סגרי את הדלת!
10. את תסגרי את הדלת.

---

7 דוגמה מעניינת זו הוצגה על-ידי הפילוסוף האמריקאי, הילארי פאטנם (Hilary Putnam), (2016-1926).

### 1.3 תקפות ונביעה לוגית

טיעון מורכב מאוסף של טענות, כשאחת מהן נובעת לוגית, לכאורה, מהאחרות. לטענה האמורה לנבוע מהטענות האחרות אנו קוראים "מסקנה", ולכל הטענות האחרות אנו קוראים "הנחות"<sup>8</sup>. הצורה הכללית של טיעון נראית כך:

הנחה מס' 1

הנחה מס' 2

.

.

.

הנחה מס' n

לכן מסקנה.

דוגמה לטיעון תהיה אוסף הטענות שלהלן:

הנחה מס' 1: יש פילים באפריקה

הנחה מס' 2: פילים הם בעלי חיים

הנחה מס' 3: בעלי חיים זקוקים לצמחים

לכן מסקנה: יש צמחים באפריקה.

זהו אוסף בן ארבע טענות כאשר הטענה: יש צמחים באפריקה, אמורה להיות המסקנה של הטיעון, כלומר טענה זו אמורה לנבוע משלוש ההנחות של הטיעון, שלוש הטענות האחרות באוסף. אף-על-פי שהצגנו את אוסף הטענות המרכיבות את הטיעון בצורה כזו שהן כבר מחולקות להנחות ולמסקנה, בדרך-כלל אנו פוגשים טיעונים כאוסף "לא מסודר" של טענות ומוטלת עלינו המשימה לגלות את הטיעון. הטיעון שבדוגמה האחרונה עשוי להופיע בפנינו בדרך הבאה:

8 לעיתים ההנחות מכונות בשם "הקדמות".

לכול ידוע כי יש פילים באפריקה. הואיל ופילים הם בעלי חיים, וכל בעל חיים זקוק לצמחים לשם מחייתו, אנו יכולים ללמוד כי יש צמחים באפריקה.

לא כל אוסף של טענות הוא טיעון. לעיתים לאוסף של טענות יש תפקיד אחר מאשר להציג טיעון. הבה נבחן את אוסף הטענות שלהלן:

הסופר המצרי נגיב מחפוז נולד בשנת 1911 בשכונת אל-גמאליה הקהירית, זו השכונה שהרבה לתאר אותה ביצירתו. מחפוז סיים לימודי תואר שני בפילוסופיה באוניברסיטת קהיר, והיה שנים רבות פקיד בכיר בשירות המדינה במצרים. הוא כתב שלושים וארבעה רומנים ועשרות קובצי סיפורים קצרים, נובלות ומחזות, והוא מוסיף לכתוב עד עצם היום הזה. ספרו "בני שכונתנו" פורסם בהמשכים בעיתון "אל-אהארם" הקהירי ויצא לאור בבירות בשנת 1967. עליו, ועל "הטרילוגיה הקהירית" זכה מחפוז בפרס נובל לספרות לשנת 1988.<sup>9</sup>

אוסף טענות זה בא לתאר את קורות חייו ופועלו של הסופר המצרי הנודע נגיב מחפוז. בין הטענות השונות מתקיימים קשרים כמובן, בעיקר קשרים של המשכיות, של השלמה ושל רלוונטיות, אך לא מתקיים ביניהן קשר של נביעה לוגית. אין אף לא טענה אחת האמורה לנבוע מהאחרות ומשום כך אוסף טענות זה איננו טיעון. בטיעון מתקיים, לפחות לכאורה, קשר של נביעה לוגית.

קבענו כי אחת מהטענות בטיעון **אמורה** להיות המסקנה, ואכן, לא בכל טיעון המסקנה נובעת מההנחות. כאשר המסקנה נובעת מהנחות הטיעון, הטיעון **תקף** (בהגדרת מושג התקפות נעסוק בסעיפים הבאים); כאשר היומרה נכשלת והמסקנה איננה נובעת מההנחות, הטיעון אינו תקף.

כיצד ניתן לזהות את המסקנה מבין כל הטענות המופיעות בטיעון? בבואנו לזהות את מסקנת הטיעון, עלינו לחפש ביטויים מסוימים המסמנים את המסקנה או את ההנחות. למשל המילה "לכן" היא מילה המסמנת את המסקנה – מסקנת הטיעון תופיע לאחר מילה זו. בטיעון: אורן גבוה מאשל ואשל גבוה מאלון, לכן אורן גבוה מאלון, הטענה: אורן גבוה מאלון, היא מסקנת הטיעון המתיימרת לנבוע מההנחות: אורן גבוה מאשל ואשל גבוה מאלון. דוגמה אחרת הוא הביטוי "משום ש..." שמסמן את ההנחות – הנחות הטיעון, חלקן או כולן, יופיעו מיד לאחר ביטוי זה. כך למשל בטיעון: לא אצליח בבחינה משום שלא למדתי לקראתה, ואי-אפשר להצליח בבחינה מבלי ללמוד לקראתה, הטענה המופיעה לאחר הביטוי "משום ש..." היא הנחה בטיעון והטענה שמופיעה לפני הביטוי "משום ש..." היא מסקנת הטיעון.

מסמני מסקנות ומסמני הנחות ניתן למצוא למכביר בכל שפה מדוברת, ובכלל זה בשפתנו, השפה העברית, ואנו יכולים להיעזר בביטויים אלה בבואנו למפות את הטיעון ולהבחין בין מסקנתו לבין הנחותיו. בין שלל הביטויים המשמשים כמסמני מסקנה, ניתן לציין

9 מתוך הכריכה האחורית של הספר **בני שכונתנו** מאת נגיב מחפוז (הוצאת עם עובד, 1990). נגיב מחפוז נפטר בשנת 2006, למקרה ש"אוסף הטענות" עורר בכם עניין.



את הביטויים הבאים: "לכן", "לפיכך", "מכאן יוצא ש...", "מכאן מתחייב ש...", "מכל זה נובע ש...", "יוצא אפוא", "המסקנה היא ש..." ועוד ביטויים רבים. ישנו גם מספר רב של ביטויים המשמשים כמסמני הנחות: "הרי", "הואיל ו...", "היות ו...", "שכן" ועוד. מסמני המסקנה (ומסמני ההנחות) הם כלים טובים העוזרים בהבנת הנקרא, אך אֲלֶיָּהּ וקוֹץ בה – לא תמיד, ולא בכל הקשר, ביטויים אלה מצביעים על קשר של נביעה לוגית בין טענות שונות. לעיתים הביטוי "לכן" בא כדי לציין קשר סיבתי בין סיבה למסובב, ולא קשר לוגי בין הנחה למסקנה. כך, למשל, בטענה: נפלתי ולכן נפצעתי, הביטוי "לכן" מסמן את התוצאה של הנפילה, ובטענה: נפצעתי משום שנפלתי, הביטוי "משום ש..." מסמן את הסיבה של הפציעה. אלה הן טענות סיבתיות ולא טיעונים. בעניין ההבחנה בין טענות סיבתיות לבין טיעונים, נרחיב בהמשך (סעיף 1.4.2).

ניתוח משפטים מורכבים והבנתם אינם תמיד פעולות פשוטות וקלות. אנו נדרשים למשנה זהירות בבואנו לקבוע האם משפט מורכב מסוים הוא טיעון אם לאו, ולזהירות כפולה בזיהוי מסקנת הטיעון.

### 1.3.1 תקפות: התנאי המודאלי

כפי שצינו, כאשר מסקנת הטיעון נובעת מהנחותיו, הטיעון הוא טיעון "טוב" מבחינה לוגית; טיעון כזה, שהמסקנה בו נובעת מההנחות, מכונה "טיעון תקף".

על-מנת שטיעון יהיה תקף – במסגרת הלוגיקה הצורנית לפחות – עליו לעמוד בשני תנאים: התנאי הראשון הוא תנאי מודאלי<sup>10</sup> והתנאי השני הוא תנאי צורני. בסעיף זה נציג את התנאי המודאלי, ובסעיף הבא את התנאי הצורני.

טיעון תקף הוא אוסף של טענות אשר אחת מהן – המכונה בשם "מסקנה" – נובעת מהאחרות – המכונות "הנחות". אבל מה זה אומר שהמסקנה **נובעת** מההנחות? רק זאת, שבהכרח, אם ההנחות אמיתיות אז המסקנה אמיתית אף היא. כלומר, טיעון תקף יהיה זה שבו לא יכול להיות מצב עניינים שבו ההנחות אמיתיות כולן והמסקנה שקרית.

#### הגדרה

על-פי התנאי המודאלי, לא יכול להיות מצב שבו הנחות הטיעון אמיתיות כולן ומסקנתו שקרית.<sup>11</sup> טיעון הוא תקף מודאלי, אם ורק אם אין מצב עניינים שבו הנחות טיעון אמיתיות ומסקנה שקרית.

10 מאפיינים מודאליים עניינים באפשרות, באי-אפשרות ובהכרחיות של טענות.  
11 הגדרה זו היא הגדרה של תקפות מודאלית ולא של מושג התקפות, שבו מטפלת הלוגיקה הצורנית. על-מנת שנוכל להציג הגדרה מלאה של מושג התקפות, שבו מטפלת הלוגיקה הצורנית, אנו נזקקים לעקרון הצורה שעליו נעמוד בסעיף הבא. מכל מקום, הגדרת התקפות המודאלית היא הגדרה כללית יותר ממושג התקפות במסגרת הלוגיקה הצורנית. כאמור, בסעיף הבא נביא הגדרה מורכבת יותר, כך שמושג התקפות, העומד במרכזה של הלוגיקה הצורנית, יוצג באופן מדויק ומלא.

הטיעון הבא הוא טיעון תקף מודאלית, כיוון שלא יכול להיות מצב עניינים שבו הנחות הטיעון הן אמיתיות ומסקנתו שקרית:

1. ורדית התחתנה לפני מספר שנים  
לכן ורדית לא רווקה.

אם אמנם נכון הוא שןרדית התחתנה בעבר, אז בהכרח ורדית איננה רווקה. לא יכול להיות מצב עניינים שבו הנחת הטיעון אמיתית, ומסקנתו שקרית. כל אדם המבין עברית, ומבין את מה שנאמר בהנחות ובמסקנה, מבין כי המסקנה נובעת מההנחות (ורדית יכולה להיות נשואה, גרושה או אלמנה, אך לא רווקה).

לעומת זאת, הטיעון הבא איננו תקף, הואיל וייתכנו מצבי עניינים שהמסקנה בהם שקרית, למרות שההנחות אמיתיות כולן:

1. ורדית התחתנה לפני מספר שנים
2. ורדית מעולם לא התגרשה  
לכן ורדית נשואה.

גם במצב העניינים שבו שתי ההנחות אמיתיות, עדיין המסקנה איננה בהכרח אמיתית, שהרי **ייתכן** מצב שןרדית התאלמנה (לא עלינו!) ולא התחתנה שוב; במצב זה, המסקנה שקרית, למרות שכל הנחות הטיעון אמיתיות.

**ההבדל החשוב בין טיעון תקף לבין טיעון שאינו תקף, הוא שבטיעון תקף לא ייתכן מצב עניינים שבו הנחות הטיעון אמיתיות ומסקנתו שקרית, בעוד שבטיעון שאינו תקף, מצב עניינים כזה אפשרי.** במילים אחרות: בטיעון שאינו תקף, כל מצב של השמת (placement) ערכי-אמת להנחות ולמסקנה הוא אפשרי, בעוד שבטיעון תקף, יש מצב אחד שאינו אפשרי – זהו המצב שבו הנחות הטיעון אמיתיות כולן ומסקנת הטיעון שקרית.

---

## הסבר

הביטוי **השמת ערכי-אמת** הוא טכני בעיקרו, ואנו משתמשים בו כדי לציין מצבים אפשריים שונים שטענות מסוימות תהיינה בעלות ערכי-אמת מסוימים. למשל, כשאנו טוענים כי "הטענה הראשונה אמיתית, השנייה שקרית והשלישית שקרית" לגבי שלוש טענות כלשהן, אנו מדברים על השמת ערכי-אמת מסוימות לטענות.

---

בטבלה שלהלן הבאנו דוגמה אחת לכל אפשרות של השמת ערכי-אמת להנחות ולמסקנות של טיעונים. ערך-האמת של ההנחות והמסקנה בכל טיעון מתייחס למצב העניינים המתואר להלן: בנימין ואריאל התחתנו יותר מפעם אחת, בנימין התגרש ונישא שוב (פעמיים), ואריאל התאלמן, נישא מחדש והתאלמן שנית.

	מצב עניינים	טיעון תקף	טיעון לא תקף
א	כל ההנחות אמיתיות והמסקנה אמיתית	1. בנימין התחתן 2. בנימין התגרש לכן בנימין אינו רווק.	1. אריאל התחתן 2. אריאל לא התגרש לכן אריאל אינו נשוי.
ב	כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית	אין אפשרות	1. בנימין התחתן 2. בנימין התגרש לכן בנימין גרוש.
ג	כל ההנחות שקריות והמסקנה שקרית	1. בנימין אינו נשוי 2. בנימין לא התחתן לכן בנימין רווק.	1. אריאל התגרש 2. אריאל לא התאלמן לכן אריאל רווק.
ד	כל ההנחות שקריות והמסקנה אמיתית	1. אריאל לא התחתן 2. אריאל רווק לכן אריאל אינו נשוי.	1. אריאל לא התחתן 2. אריאל לא התאלמן לכן אריאל אלמן.
ה	חלק מההנחות אמיתיות וחלק שקריות והמסקנה אמיתית	1. אריאל לא התחתן 2. אריאל אלמן לכן אריאל אינו נשוי.	1. בנימין התחתן 2. בנימין התאלמן לכן בנימין נשוי.
ו	חלק מההנחות אמיתיות וחלק שקריות והמסקנה שקרית	1. בנימין לא התחתן 2. בנימין הוא אב לכן בנימין הורה יחידני.	1. אריאל התחתן 2. אריאל אינו אב לכן אריאל גרוש.

במצב א הבאנו דוגמה לטיעון תקף (מודאלית), שבו כל ההנחות אמיתיות וגם מסקנתו אמיתית, ודוגמה אחת לטיעון לא תקף, אשר גם בו כל ההנחות אמיתיות וגם המסקנה אמיתית. נשאלת השאלה, מדוע הטיעון: אריאל התחתן; אריאל לא התגרש; לכן אריאל אינו נשוי, אינו טיעון תקף? הרי במצב שתיארנו, כל ההנחות אמיתיות והמסקנה אינה שקרית, אלא אמיתית. מה הופך טיעון זה לבלתי תקף? על-מנת שנוכל להשיב לשאלה זו, עלינו להיזכר בתנאי המודאלי של התקפות: **טיעון הוא תקף רק אם לא יכול להיות מצב שבו ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית**. אך שימו לב כי מצב שכזה בהחלט יכול היה להיות: אם אריאל היה מתחתן בפעם השלישית, אז שתי ההנחות שבטיעון היו אמיתיות, אבל מסקנתו הייתה שקרית. וזה בדיוק מה שחשוב: אם **יכול להיות** מצב שההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית, אז הטיעון אינו תקף. האפשרות הזו מספיקה כדי לקבוע שטיעון מסוים אינו תקף, ואין צורך שאפשרות זו תתממש.

הבה ונבחן את הטיעון התקף (מודאלית) במצב א: בנימין התחתן; בנימין התגרש; לכן בנימין אינו רווק. בטיעון זה שתי ההנחות אמיתיות וכך גם המסקנה; זאת ועוד, לא יכול להיות מצב שההנחות בו הן שתייהן אמיתיות והמסקנה בכל זאת שקרית, כפי שקרה עם הטיעון הקודם. רק במצב שבו בנימין לא התחתן מעולם, הטענה: בנימין אינו רווק, היא שקרית (הטענה שקרית במצב שבו בנימין הוא רווק), שהרי די בכך שאדם יתחתן פעם אחת כדי שלא יהיה עוד רווק – הוא יכול להיות נשוי, אלמן או גרוש, אך לא שוב רווק, ואם כך, אז ההנחה הראשונה בהכרח שקרית, שהרי רק במצב שבו בנימין לא התחתן מעולם, המסקנה הטוענת כי הוא לא רווק היא שקרית. כך, לא יכול להיות מצב שבו ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית – בהכרח, כאשר המסקנה שקרית אז לפחות אחת מההנחות שקרית אף היא – ומשום כך הטיעון תקף מודאלית (כלומר, הטיעון עונה על הגדרת התקפות המודאלית).

במצב ג מופיע הטיעון התקף (מודאלית) הבא: בנימין אינו נשוי; בנימין לא התחתן; לכן בנימין רווק. בטיעון זה הן ההנחות והן המסקנה שקריות כולן. מדוע, אם כך, אנו אומרים שהטיעון תקף? שוב, משום שלא ייתכן מצב שההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית. נניח לרגע כי שתי ההנחות אמיתיות – נכון הוא שבנימין אינו נשוי כרגע וגם נכון שהוא לא התחתן מעולם – במצב עניינים זה לא יכול להיות שהמסקנה היא שקרית, שהרי אם בנימין לא התחתן מעולם אז הוא רווק. שוב לא יכול להיות שהמסקנה היא שקרית במצב שכל ההנחות בו אמיתיות.

באותו מצב מופיע הטיעון הלא תקף הבא: אריאל התגרש; אריאל לא התאלמן; לכן אריאל רווק. גם במקרה זה כל ההנחות והמסקנה שקריות, אך מה שהופך את הטיעון לבלתי תקף, זאת האפשרות שההנחות תהיינה אמיתיות והמסקנה תהיה שקרית במצב זה: נניח לרגע שאריאל התחתן והתגרש, כך ששתי הנחות הטיעון הן אמיתיות. עדיין המסקנה שקרית, שהרי במצב זה אריאל הוא גרוש, וגרוש אינו יכול להיות רווק. כיוון שהמצב שבו ההנחות אמיתיות כולן והמסקנה שקרית הוא מצב אפשרי, הטיעון אינו תקף, שהרי רק אם לא אפשרי מצב כזה, הטיעון תקף.

בכל הדוגמאות שהבאנו בטבלה השתמשנו בטענות ערכי-האמת שלהן נתון לנו, אך ערכי-האמת של הטענות השונות לא קובעים אם טיעון הוא תקף או לא (להוציא מקרה אחד, שבו אנו יודעים כי ההנחות אמיתיות כולן והמסקנה שקרית, ואז הטיעון אינו תקף). משום כך, נבחן טיעון אשר ערכי-האמת של הטענות המופיעות בו אינם נתונים לנו. זכרו כי בטיעון תקף, בכל מצב שבו ההנחות אמיתיות, המסקנה אמיתית אף היא; בטיעון תקף כלשהו, אפשר להעלות על הדעת כל אפשרות להשמט ערכי-אמת לטענות השונות בטיעון, להוציא אחת – האפשרות שבה הנחות הטיעון אמיתיות כולן, והמסקנה בכל זאת שקרית. על-מנת שניטיב להבין זאת, נבחן את הטיעון הבא:

1. צ'יקו הוא ילד<sup>12</sup>
  2. כל בן אדם הוא טוב מטבעו
- לכן צ'יקו הוא טוב מטבעו.

טיעון זה מורכב משתי הנחות ומסקנה, וערכי-האמת שלהן לא נתונים לנו: איננו יודעים מיהו צ'יקו ואיננו יודעים אם הוא ילד; לצורך ההסבר נניח גם כי איננו יודעים אם כל אדם טוב מטבעו ואיננו יודעים אם צ'יקו הוא טוב מטבעו. למרות זאת, אנו יכולים לתאר לעצמנו "עולמות" שונים, שבהם כל אחת מהטענות שמרכיבות את הטיעון, מקבלת ערך-אמת כלשהו. נתאר לעצמנו, למשל, עולם שבו צ'יקו אכן ילד, אבל בני אדם אינם טובים מטבעם. בעולם כזה, ההנחה הראשונה אמיתית, השנייה שקרית, והמסקנה שקרית, שהרי צ'יקו הוא ילד, וילד הוא בן אדם. אנו יכולים לתאר עולם אחר, שבו בני אדם אכן טובים מטבעם, אבל צ'יקו איננו ילד, אלא גבר. בעולם כזה, הטענה הראשונה היא שקרית, השנייה אמיתית, והמסקנה אמיתית, כיוון שצ'יקו הוא גבר (וגבר הוא בן אדם) ומכאן שהוא טוב מטבעו. בעולם אחר, שאותו אנו מתארים לעצמנו, צ'יקו אינו ילד כי אם גבר, ובני אדם אינם טובים מטבעם. בעולם כזה, שתי ההנחות שקריות והמסקנה שקרית. בעולם נוסף, צ'יקו הוא כלב, ולכן ההנחה הראשונה שקרית – בני אדם אינם טובים מטבעם, ומכאן שההנחה השנייה שקרית, אבל צ'יקו הכלב הוא טוב מטבעו, ולכן המסקנה אמיתית. וכך אנו יכולים להמשיך ולתאר לעצמנו כל מיני עולמות שונים ומשונים, שבהם ההנחות והמסקנה יקבלו ערכי-אמת שונים. רק עולם אחד אי-אפשר לתאר – עולם שבו צ'יקו הוא ילד, בני אדם טובים מטבעם, וצ'יקו אינו טוב מטבעו. עולם כזה הוא בלתי אפשרי; ההבנה שלנו כופה עלינו לקבל את הטענה: ילד הוא בן אדם, בכל אחד מהעולמות שאנו מתארים. כך, שבכל עולם שנתאר ובו שתי הנחות הטיעון אמיתיות, המסקנה אמיתית אף היא.

בכל הדוגמאות שהבאנו בסעיף זה, ברור היה כי אם כל ההנחות אמיתיות, אז המסקנה אמיתית אף היא. אולם תקפות הטיעון הייתה תלויה גם בתוכן הטענות השונות שבטיעון. למשל, מי שאינו מבין כי המילה "ילד" פירושה צאצא של בן אדם, או בן אדם בגיל צעיר מאוד, אינו מבין מדוע הטיעון על צ'יקו טוב ליבו, הוא טיעון תקף. כמו-כן, מי שאינו מבין כי כל אישה רווקה היא אישה שמעולם לא התחתנה, ורק אישה שמעולם לא התחתנה היא רווקה, אינו יכול להבין מדוע הטיעון שעניינו חיי הנישואים של ורדית, הוא טיעון תקף. תקפותם של טיעונים אלה תלויה גם בתוכנם ולא רק בצורתם.

הטיעון הבא הוא בעל צורה הזזה לצורת הטיעון הקודם שעניינו צ'יקו הילד:

1. בילבו הוא בעל חיים
  2. כל כלב הוא טוב מטבעו
- לכן בילבו הוא טוב מטבעו.

12 שימו לב: אנו משתמשים כאן במילה "ילד" כתכונה ולא כיחס; לא נאמר כי צ'יקו הוא הילד של פלונית או אלמוני.

להבדיל מהטיעון הקודם, טיעון זה איננו תקף, שהרי במצב העניינים שבו בילבו הוא חתול (ומכאן שהוא בעל חיים), כל הכלבים טובים מטבעם, אך בילבו איננו כזה, כל הנחות הטיעון אמיתיות ומסקנתו שקרית. צורת הטיעון איננה מאפשרת לנו ללמוד על תקפותו של הטיעון ללא קשר לתוכנו.

הלוגיקה הצורנית מבקשת לטפל רק בטיעונים שתקפותם תלויה **בצורתם** בלבד. הטיעונים שהבאנו בסעיף זה אינם כאלה, ומכאן שהלוגיקה הצורנית אינה מטפלת בטיעונים אלה. התנאי המודאלי הוא **תנאי הכרחי** לתקפותו של טיעון, אך **איננו תנאי מספיק**, לפחות לא במסגרת הלוגיקה הצורנית. רק שילוב של התנאי המודאלי, שהצגנו כאן, עם התנאי הצורני, שנציג בסעיף הבא, נותן לנו הגדרה מלאה של מושג התקפות, שבו מטפלת הלוגיקה הצורנית.

---

## תרגיל ב

לגבי כל אחת מהטענות הבאות, קבעו האם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

- א. כל טיעון הוא תקף אם הן מסקנתו אמיתית הן הנחותיו אמיתיות.
- ב. בטיעון תקף אי-אפשר שהנחות תהיינה אמיתיות והמסקנה תהיה שקרית.
- ג. בטיעון תקף אי-אפשר שהנחות תהיינה שקריות והמסקנה תהיה אמיתית.
- ד. אם נצרף הנחה שקרית להנחותיו של טיעון תקף, נקבל טיעון לא תקף.
- ה. טיעון שיש בו שתי הנחות סותרות (הנחות שאין מצב שלשתיהן יהיה בו אותו ערך-אמת), הוא טיעון תקף.

---

### 1.3.2 תקפות: התנאי הצורני

בסעיף הקודם טיפלנו בהצגת התנאי המודאלי של מושג התקפות – טיעון תקף, רק אם בכל מצב שהנחות בו אמיתיות, המסקנה אמיתית אף היא. ציינו כי במסגרת הלוגיקה הצורנית, טיעון תקף צריך לעמוד בתנאי נוסף: תנאי צורני. על-מנת שנוכל להציג הגדרה מלאה של מושג התקפות שהלוגיקה הצורנית מטפלת בו, עלינו לבחון, אם כן, את הקשר בין צורתם של טעונים מסוימים לבין תקפותם.

כדוגמה ראשונה נבחן את הטיעון הבא:

1. כל **דולפין** הוא **יונק**
  2. כל **יונק** הוא **בעל חיים**
- לכן כל **דולפין** הוא **בעל חיים**.

במקרה שלפנינו שתי ההנחות הן אמיתיות וכך גם המסקנה, אך מבחינה לוגית מה שמשנה הוא שלא יכול להיות מצב שההנחות בו תהיינה אמיתיות והמסקנה תהיה שקרית – כלומר, בכל מצב אפשרי שההנחות בו אמיתיות, גם המסקנה אמיתית. הטיעון עומד בתנאי המודאלי של התקפות, אך הפעם תקפותו של הטיעון נקבעת על-ידי צורתו בלבד.

צורתו של הטיעון שלמעלה, או סכמת הטיעון, נראית כך:<sup>13</sup>

1. כל A הוא B

2. כל B הוא C

לכן כל A הוא C.

כדי לקבל את הסכמה לעיל הפשטנו את הטיעון מתוכנו: הצבנו בכל מקום שמופיעה בו המילה "דולפין" את האות A, בכל מקום שמופיעה בו המילה "יונק" את האות B ובכל מקום שמופיע בו הביטוי "בעל חיים" את האות C.

**כל טיעון בעל צורה לוגית זו הוא טיעון תקף, ללא קשר לתוכן של הנחותיו ומסקנתו.** אנו יכולים להציב תוכן אחר בסכמת הטיעון, כך שההנחות תהיינה שקריות והמסקנה אמיתית ועדיין הטיעון יהיה תקף:

1. כל פרד הוא עוף

2. כל עוף הוא בהמה

לכן כל פרד הוא בהמה.

למרות שברור לחלוטין ששתי ההנחות שקריות והמסקנה אמיתית, הטיעון תקף. הטיעון תקף משום שצורת הטיעון, שעמדנו עליה בפתח סעיף זה, איננה מאפשרת מצב שנקבל בו הנחות אמיתיות ומסקנה שקרית.

בטיעון תקף ייתכן גם מצב שבו כל ההנחות תהיינה שקריות והמסקנה תהיה שקרית אף היא:

1. כל לווייתן הוא בעל זימים

2. כל בעל זימים הוא זוחל

לכן כל לווייתן הוא זוחל.

למרות שהן ההנחות הן המסקנה כולן שקריות, עדיין זהו טיעון תקף, והוא תקף בשל צורתו בלבד. גם מצב שהמסקנה בו אמיתית בעוד אחת משתי ההנחות שקרית והאחרת אמיתית, או מצב שהמסקנה בו שקרית ואחת ההנחות אמיתית והאחרת שקרית, הם

13 שימו לב: אנו משתמשים כאן באותיות גדולות (capital) מהאלפבית הלטיני, כדי לסמן מונחים.

מצבים אפשריים בטיעון תקף. רק מצב העניינים שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית איננו אפשרי בטיעון תקף.

ההבדל בין הטיעונים התקפים שהבאנו בסעיף הקודם ובין אלה שהבאנו בסעיף זה, הוא הבדל חשוב. כדי להבינו, נסתכל שוב על הטיעון בדבר צ'יקו הילד: זהו טיעון תקף מודאלית וקל היה להשתכנע כי הוא עונה על התנאי המודאלי של מושג התקפות – לא ייתכן מצב עניינים שבו הנחות הטיעון אמיתיות ומסקנתו שקרית – אבל תקפותו של טיעון זה תלויה, בין היתר, במשמעות הביטויים "ילד" ו"בן אדם". לעומת זאת, תקפותם של הטיעונים שהצגנו בסעיף זה, איננה תלויה כלל במשמעות הביטויים (להוציא את הביטויים הלוגיים, ועל כך נעמוד בהמשך), אלא בצורת הטיעון בלבד.

אנו יכולים, אם כן, להציג הגדרה מלאה ומדויקת של מושג התקפות שהלוגיקה הצורנית מטפלת בו, הגדרה המתייחסת הן לתנאי המודאלי הן לתנאי הצורני שטיעון תקף צריך לעמוד בהם.

---

## הגדרה

טיעון הוא תקף, אם ורק אם אין מצב עניינים בו הנחותיו אמיתיות ומסקנתו שקרית, ובכל טיעון בעל אותה הצורה לא יכול להיות מצב עניינים שבו ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית.

נבחן את הטיעון הבא:

1. כל נשר הוא עוף
2. כל נשר הוא בעל נוצות
- לכן כל עוף הוא בעל נוצות.

כל ההנחות בטיעון זה הן אמיתיות וכך גם המסקנה: ובכל זאת טיעון זה אינו תקף. טיעון זה אינו תקף משום שיייתכן טיעון אחר מאותה הצורה, כך שההנחות תהיינה כולן אמיתיות ואילו מסקנתו תהיה שקרית. על-מנת שנוכל להיטיב ולהבין זאת, נפשיט את הטיעון מתוכנו ונמצא את צורתו: נציב בכל מקום שהמילה "נשר" מופיעה את האות A, בכל מקום שהמילה "עוף" מופיעה את האות B ובכל מקום שהביטוי "בעל נוצות" מופיע את האות C, ונקבל את הצורה הבאה:

1. כל A הוא B
2. כל A הוא C
- לכן כל B הוא C.

אם צורה זו הייתה סכמה של טיעון תקף, אי אפשר היה להציב תוכן במקום האותיות ולקבל טיעון שההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית. זהו מהותו של מושג התקפות.



אך במקרה דנן, קל מאוד למצוא תוכן שכזה: במקום האות A נציב את המילה "אדם", במקום B את "הולך על שתיים" ובמקום C את "יונק" ונקבל את הטעון הבא:

1. כל אדם הוא הולך על שתיים
  2. כל אדם הוא יונק
- לכן כל הולך על שתיים הוא יונק.

בטיעון זה שתי ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית בעליל (שהרי גם תרנגולת, למשל, הולכת על שתיים, אך היא אינה יונק). זוהי ההוכחה לכך שכל טעון שהוא בעל הצורה של טעון זה, אינו תקף – שהרי כל הטעונים בעלי אותה הצורה הם או תקפים כולם או בלתי תקפים כולם (זה נובע מהגדרת התקפות). סכמה זו מאפשרת את מצב העניינים שאיננו אפשרי בטיעון תקף – מצב עניינים שכל ההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית. מי שינסה להסתמך על סכמת טעון זו כדי להסיק מסקנות, עלול להסיק מסקנה שקרית מהנחות שהן כולן אמיתיות.

הבה נבחן שוב את מה שעשינו כאן, כדי לגלות כי הטעון איננו תקף: הפשטנו את הטעון מתוכנו הספציפי, כלומר הצבנו באופן עקבי אותיות במקום הביטויים שבטיעון<sup>14</sup> – כך קיבלנו את סכמת הטעון; לאחר מכן הצבנו במקום האותיות ביטויים אחרים שהראו מצב שכל ההנחות בו הן אמיתיות, אך המסקנה בכל זאת שקרית; הראינו כי ניתן להציב ביטויים אחרים בסכמת הטעון כך שיתקבל המצב היחיד המוכיח כי סכמת הטעון איננה תקפה – המצב שההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית; מכל זה הסקנו כי כל טעון בעל צורה או סכמה כזו, הוא טעון בלתי-תקף, ובכלל זה הטעון המקורי שאיתו התחלנו. והרי לנו שיטה להוכחת אי תקפות של טעונים. אנו נקדיש את הסעיף הבא ללימוד פרטי של השימוש בשיטה זו.

## תרגיל ג

א. לפניכם סכמת טעון תקפה:

1. כל A אינו B
  2. יש A שהוא C
- לכן יש C שאינו B.

הציגו טעונים, על-ידי הצבת מונחים במקום האותיות, עבור כל המצבים האפשריים (כלומר: טעון אחד שכל ההנחות בו שקריות והמסקנה שקרית; טעון אחד שכל ההנחות בו אמיתיות והמסקנה אמיתית; טעון אחד שהנחה אחת בו אמיתית, הנחה שנייה שקרית והמסקנה אמיתית, וכן הלאה). כמה טעונים הצגתם?

14 כלומר, כל ביטוי קיבל אות אחת שהחליפה כל מופע של הביטוי בטיעון.

ב. לפניכם סכמת טיעון לא תקפה:

1. כל A אינו B

2. יש A שהוא C

לכן יש B שהוא C.

הציגו טיעונים עבור כל המצבים האפשריים. כמה טיעונים הצגתם הפעם?

### 1.3.3 שיטת ההצבה לבדיקת אי תקפות

שיטת ההצבה להוכחת אי תקפות של טיעונים היא שיטה טובה להוכחת אי תקפות, אך חסרת תועלת למקרה שנרצה להוכיח כי טיעון הוא תקף. בפרק 2 **לוגיקה אריסטוטלית** נלמד מספר שיטות להוכחת תקפות של טיעונים. אמנם קבוצת הטיעונים שניתן להחיל עליה שיטות אלה תהיה מצומצמת ביחס לקבוצת הטיעונים שהלוגיקה המודרנית חלה עליה, אך עדיין יהיה בה מה שאין בשיטת ההצבה: היכולת להכריע לגבי כל טיעון (שבקבוצה), אם הוא תקף או שמו איננו תקף. בהמשך נלמד שיטות מודרניות לבדיקת תקפות ולהוכחתה, אשר תחום חלותן יהיה רחב הרבה יותר.

#### רגע, חושבים

האם במקרה שאיננו מצליחים להוכיח בשיטת ההצבה כי טיעון איננו תקף, או רשאים להניח כי הוא תקף רק משום שלא הצלחנו להוכיח את אי תקפותו?

שיטת ההצבה מוכיחה, כאמור, אי תקפות של טיעונים; אך ייתכן כי לא נצליח להוכיח אי תקפות בשיטה זו משום שלא התאמצנו מספיק או משום שלא הקדשנו לעניין מספיק זמן או מכל סיבה אחרת, ובכל זאת הטיעון איננו תקף. כשאנו מצליחים להוכיח אי תקפות של טיעון, אנו יכולים לקבוע כי הטיעון איננו תקף, אך כשאנו לא מצליחים בכך, אנו יכולים לקבוע רק זאת: לא הצלחנו להוכיח דבר.

ככל שיטה לוגית אחרת, שיטת ההצבה דורשת תרגול רב על-מנת שיהיה אפשר להבינה, להפנימה ולהשתמש בה נכונה. הבה נבחן טיעונים נוספים ונוכיח את אי תקפותם בשיטת ההצבה.

1. יש **כדורגלן** שהוא **בוגר אוניברסיטה**

2. יש **בוגר אוניברסיטה** שהוא **פוליטיקאי**

לכן יש **כדורגלן** שהוא **פוליטיקאי**.

השלב הראשון יהיה הפשטה של טיעון זה מתוכנו הספציפי והשמת אותיות במקום התוכן הספציפי, וזאת כדי לקבל את מבנה הטיעון, או את סכמת הטיעון:

1. יש A שהוא B
2. יש B שהוא C
- לכן יש A שהוא C.

השלב הבא יהיה הצבה של ביטויים חדשים במקום האותיות באופן עקבי, כך שנקבל טיעון ספציפי שברור בו לגמרי שההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית. מובן כי חלק זה בעבודה דורש מחשבה יצירתית ואיננו טכני או מכני כחלקים האחרים בשיטה. לפני שממהרים להציב ביטויים במקום האותיות, יש לחשוב היטב על שלושה ביטויים אשר יתנו לנו שתי הנחות אמיתיות ומסקנה שקרית. במקרה דנן, חשבנו על ההצבה הבאה:

1. יש כלב שהוא יונק
2. יש יונק שהוא חתול
- לכן יש כלב שהוא חתול.

שוב, ברור לחלוטין כי ההנחות אמיתיות כולן והמסקנה שקרית. מכאן שכל טיעון בעל מבנה זה איננו תקף ובכלל זה הטיעון המקורי, בו הופיעו הביטויים "כדורגלן", "בוגר אוניברסיטה" ו"פוליטיקאי". כך הוכחנו שטיעון זה אינו תקף. נוכיח את אי תקפותו של טיעון נוסף:

1. כל חלק מחשב אינו בעל חיים
2. יש בעל חיים שהוא עכבר
- לכן יש חלק מחשב שאינו עכבר.

גם כאן הנחות הטיעון אמיתיות ומסקנתו אמיתית אף היא, אך הטיעון אינו תקף. לשם הוכחת אי תקפותו של הטיעון, נפשיט אותו מתוכנו הספציפי ונקבל את הסכמה הבאה:

1. כל A אינו B
2. יש B שהוא C
- לכן יש A שאינו C.

כעת נציב ביטויים חדשים במקום האותיות ונקבל את הטיעון הבא:

1. כל אדם אינו חתול
2. יש חתול שהוא יונק
- לכן יש אדם שאינו יונק.

לפנינו טיעון שברור בו לגמרי כי ההנחות אמיתיות כולן והמסקנה שקרית. מכאן שטיעון זה אינו תקף וכך גם כל טיעון בעל אותה סכמה ובכלל זה הטיעון המקורי שאיתו התחלנו ושביקשנו להוכיח את אי תקפותו.

שימו לב כי ההנחה השנייה יש חתול שהוא יונק היא אמיתית על-אף שבאופן אינטואיטיבי היינו רוצים לטעון כי הטענה הכללית יותר כל חתול הוא יונק היא הטענה האמיתית. אך מתוך כך שכל חתול הוא יונק ברור שיש חתול שהוא יונק (בהנחה שיש בכלל חתולים). על עניין זה נעמוד ביתר פירוט וביתר דיוק בפרק הבא, עת נעסוק בלוגיקה האריסטוטלית, ובמיוחד כשנדון במה שמכונה "ריבוע הניגודים".  
נוכיח את אי תקפותו של טיעון נוסף:

1. הדולפין אינו דג

2. דג אינו חיה יבשתית

לכן הדולפין אינו חיה יבשתית.

לפנינו טיעון שההנחות בו אמיתיות וכך גם המסקנה, ושוב אנו נדרשים להוכיח את אי תקפותו על-ידי מציאת דוגמה נגדית בשיטת ההצבה. אך בשונה ממה שפגשנו עד כה, בטיעון זה חסרות לנו מילים. בטענה הראשונה למשל, כתוב הדולפין אינו דג אך למה הכוונה בדיוק? האם הכוונה לכך שכל דולפין אינו דג, או שמא הכוונה היא לכך שיש דולפין שאינו דג? למעשה, השאלה כאן מאולצת, שהרי ברור היה לכל אחד מאיתנו כי הכוונה היא לכך שאין דולפין שהוא דג, או במילים אחרות, שכל הדולפינים אינם דגים. כך, מתוך ההקשר, אנו יכולים להשלים את המילים הלוגיות החסרות לנו ולמצוא כי הסכמה של טיעון זה היא:

1. כל A אינו B

2. כל B אינו C

לכן כל A אינו C.

נציב ביטויים חדשים במקום האותיות ונקבל את הטיעון הבא:

1. כל נשר אינו זוחל

2. כל זוחל אינו עוף

לכן כל נשר אינו עוף.

שוב לפנינו טיעון שבו אמיתות ההנחות איננה מוטלת בספק ובכל זאת המסקנה שקרית בעליל. מכאן שכל טיעון בעל צורה זו אינו תקף, ובכלל זה הטיעון אשר את אי תקפותו ביקשנו להוכיח.

---

## תרגיל ד

הוכיחו על-ידי שימוש בשיטת ההצבה כי הטיעונים שלהלן אינם תקפים.

- א. 1. כל נמר הוא יונק  
2. יש יונקים ההולכים על ארבע רגליים  
לכן כל נמר הולך על ארבע רגליים.
- ב. 1. כל דג נושם חמצן  
2. כל דג הוא יצור חי  
לכן כל נושם חמצן הוא יצור חי.
- ג. 1. יש נחשים שהם יצורים מסוכנים  
2. יש יצורים מסוכנים שאינם בעלי רגליים  
לכן כל הנחשים אינם בעלי רגליים.
- ד. 1. כל בני האדם הם בני תמותה  
2. כל היוונים הם בני תמותה  
3. יש בני אדם שאינם יוונים  
לכן יש בני תמותה שאינם בני אדם.
-

## 1.4 תחום הדיון של הלוגיקה הצורנית

### 1.4.1 תקפות דדוקטיבית וחוזק אינדוקטיבי

לאחר שבחנו את המושגים **טיעון וטענה**, אנו יכולים להמשיך ולהבחין בין תקפות של טיעון לבין חוזק של טיעון – תקפות היא תכונה דדוקטיבית וחוזק היא תכונה אינדוקטיבית.<sup>15</sup> ההגדרה המילונית של שני מונחים אלה – דדוקציה ואינדוקציה – היא ביטוי לטעות נפוצה: דדוקציה מוגדרת כהיסק מן הכלל אל הפרט, ואינדוקציה מוגדרת כהיסק מן הפרט אל הכלל. אמנם הגדרה זו של שני סוגי ההיסק מצליחה לקלוע במרבית המקרים אך לא בכולם, ומשום כך עלינו למצוא הבדלים אחרים שמצליחים להבחין נכונה בין תקפות דדוקטיבית לבין חוזק אינדוקטיבי.

ישנם שני הבדלים עיקריים בין אינדוקציה לדדוקציה, ונעמוד עליהם מיד, אך ראוי לציין כי הבדלים אלה מתקיימים רק בין היסקים תקפים (דדוקטיבית) לבין טיעונים חזקים (אינדוקטיבית), כלומר, בין תקפות דדוקטיבית לחוזק אינדוקטיבי. עובדה זו חשובה להמשך הקריאה.

15 המילה "אינדוקציה" היא מילה רב-משמעית ומשמשת בתחומים רבים. בפסיכיאטריה, למשל, אינדוקציה היא השיחה המקדימה להיפנוזה; בביוגויה, אינדוקציה היא גרימה לפעילות בגוף אורגניזם; במתמטיקה היא שיטת הוכחה; באלקטרוניקה פירושה טעינת אובייקט מרוק. למעשה, אנו מכירים יותר משלושים (!) שימושים שונים למילה "אינדוקציה", ואנו מבקשים כי תשימו לב לשימוש המיוחד שאנו עושים במילה בתחום הלוגיקה.

## רגע, חושבים

הטיעון "כל הסטודנטים לובשים מכנסי ג'ינס, דליה היא סטודנטית, לכן דליה לובשת מכנסי ג'ינס" הוא טיעון תקף. אבל, אם נחליף את המילה "כל" בטענה הראשונה במילה "רוב" נקבל טיעון חזק אבל לא תקף. הסיבות לכך יתבהרו בהמשך פרק זה, אולם כבר כעת ניתן לראות כי מסקנת ההיסק התקף נובעת בהכרח מהנחותיו, וכי מסקנת הטיעון החזק איננה כזו. נסו לחשוב על מצב שבו אמנם כל הסטודנטים לובשים ג'ינס ודליה היא סטודנטית. האם יכול להיות שכך הם פני הדברים ועדיין דליה אינה לובשת ג'ינס?

אמרנו כי ישנם שני הבדלים עיקריים בין תקפות (דדוקטיבית) לבין חוזק (אינדוקטיבי), וההבדל הראשון הוא בעוצמת הנביעה של המסקנה מההנחות שבטיעון. בטיעון תקף, כפי שנוכחנו לגלות בפרק הקודם, לא יכול להיות מצב שההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית, כלומר **בטיעון תקף המסקנה נובעת בהכרח**; לעומת זאת, בטיעון חזק ייתכן מצב שההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית, אך **סביר להניח** שאם ההנחות אמיתיות אז ברמה כזו או אחרת של סבירות גם המסקנה אמיתית.<sup>16</sup>

נבחן שוב את הטיעון על דליה ומכנסי הג'ינס. כאשר המילה "כל" מופיעה בהנחה הראשונה של הטיעון, הטיעון תקף:

1. כל הסטודנטים לובשים מכנסי ג'ינס
  2. דליה היא סטודנטית
- לכן דליה לובשת מכנסי ג'ינס.

אם ההנחות אמיתיות כולן, אז לא יכול להיות מצב עניינים שהמסקנה בו תהיה שקרית. זהו טיעון תקף וההנחות בו מְשֻׁרוֹת אמת ודאית על המסקנה. כמובן, ייתכן שהמסקנה תהיה שקרית, אבל אז, במצב העניינים שהמסקנה בו שקרית, לפחות אחת מההנחות

16 ראוי לציין כי יש המבקשים להבחין בין טיעונים דדוקטיביים לבין טיעונים אינדוקטיביים, במקום בין תקפות לבין חוזק. הוויכוח המתנהל סביב עניין זה הוא מעניין, אבל אנו בוחרים לראות את הדברים אחרת. לדעתנו, נכון יותר להבחין בין שני סוגים של שיפוט על טיעונים ולא בין שני סוגים של טיעונים: כל טיעון יכול להיות תקף דדוקטיבית, חזק אינדוקטיבית, או אף לא אחד מאלה. אלה החושבים אחרת, מבקשים מאיתנו להשיב על השאלה "איזה סוג של טיעון עומד לפנינו?" טרם נוכל לשפוט אם הוא תקף או שאינו תקף, במקרה והחלטנו כי מדובר בטיעון דדוקטיבי, או אם הטיעון חזק או לא חזק, במקרה והחלטנו כי הטיעון אינדוקטיבי. אנו מוצאים כי עמדה זו מבלבלת מכיוון שטיעון שאינו תקף, יכול להיות טיעון בעל חוזק אינדוקטיבי, כך שהדרישה להחליט באיזה סוג של טיעון מדובר טרם השיפוט, רותמת את הסוסים לפני העגלה. דיון מעמיק יותר ניתן למצוא ב־Susan Haack, *Philosophy of Logics*, Cambridge University Press, 1980, pp. 11-16

חייבת להיות שקרית אף היא. כלומר, אם דליה אינה לובשת מכנסי ג'ינס אז או שדליה אינה סטודנטית או שיש סטודנטים שאינם לובשים ג'ינס. שוב, אם הטענה כל הסטודנטים לובשים ג'ינס אמיתית והטענה דליה היא סטודנטית אמיתית אף היא, אז הטענה דליה לובשת מכנסי ג'ינס היא בהכרח אמיתית.

נבחן כעת את הטיעון השני:

1. רוב הסטודנטים לובשים מכנסי ג'ינס
2. דליה היא סטודנטית
- לכן סביר להניח שדליה לובשת ג'ינס.<sup>17</sup>

בטיעון זה אם ההנחות אמיתיות כולן אז סביר להניח שגם המסקנה אמיתית, אבל ייתכן מצב עניינים שבו המסקנה תהיה שקרית על-אף ששתי ההנחות אמיתיות. בהיסק חזק, אמיתות ההנחות מְשַׁקְה סבירות – ברמה כזו או אחרת – על המסקנה, אך אין ודאות שהמסקנה היא אמיתית, גם לא במצב שההנחות בו אמיתיות כולן. למשל, ייתכן מצב בו דליה שייכת למיעוט הסטודנטים שאינם נוהגים ללבוש מכנסי ג'ינס.

הבדל נוסף בין תקפות דדוקטיבית לחוזק אינדוקטיבי הוא במה שמכונה **מונוטוניות** של התקפות. במונח הטכני "מונוטוניות" כוונתנו היא לכך שאי אפשר לפגוע בנביעה של המסקנה מההנחות על-ידי הוספה של הנחות לטיעון; מונוטוניות מתקיימת אם ורק אם הוספה של הנחות לטיעון אינה פוגעת בנביעה של המסקנה מההנחות. כאמור, תקפות היא מונוטונית; הוספה של הנחות לטיעון תקף אינה יכולה בשום אופן להפוך את הטיעון לבלתי תקף, אבל חוזק אינו מונוטוני: אפשר להפוך טיעון חזק לטיעון שאינו חזק, על-ידי הוספה של הנחות נוספות לטיעון.

נבהיר דברים אלה באמצעות דוגמה: נוסיף את ההנחה דליה אינה אוהבת ללבוש מכנסי ג'ינס לשני הטיעונים העוסקים בדליה ובמכנסי ג'ינס, ונראה מה תהיה ההשפעה של הנחה זו על הטיעון בכל אחת מהפעמים:

1. רוב הסטודנטים לובשים מכנסי ג'ינס
2. דליה היא סטודנטית
3. דליה אינה אוהבת ללבוש מכנסי ג'ינס
- לכן סביר להניח שדליה לובשת ג'ינס.

לאחר שהוספנו את ההנחה השלישית, סביר להניח שהמסקנה שקרית ולא אמיתית. אם דליה אינה אוהבת ללבוש מכנסי ג'ינס כלל, סביר להניח שהיא אינה לובשת

17 שימו לב: הטענה שהיא מסקנת הטיעון היא: דליה לובשת ג'ינס. הביטוי "לכן סביר להניח ש" אינו חלק מהטענה שהיא מסקנת הטיעון, כמו שהביטוי "לכן" אינו חלק מהטענה שהיא מסקנת הטיעון הקודם.



מכנסי ג'ינס, למרות שהיא סטודנטית ולמרות שרוב הסטודנטים לובשים ג'ינס. סביר להניח, שאם דליה היא סטודנטית שאינה אוהבת ללבוש ג'ינס, אז היא שייכת למיעוט הסטודנטים שאינם לובשים ג'ינס. הוספת ההנחה פגעה בחוזק הטיעון, כלומר בסבירות שההנחות משרות על המסקנה.

לעומת זאת, הוספת הנחה זו לטיעון הדדוקטיבי איננה משנה כהוא זה:

1. כל הסטודנטים לובשים מכנסי ג'ינס
  2. דליה היא סטודנטית
  3. דליה אינה אוהבת ללבוש מכנסי ג'ינס
- לכן דליה לובשת ג'ינס.

טיעון זה הוא תקף; אם כל הסטודנטים לובשים ג'ינס ודליה היא סטודנטית, אז דליה לובשת ג'ינס, למרות שהיא אינה אוהבת ללבוש ג'ינס. לא יכול להיות מצב בו שתי ההנחות הראשונות אמיתיות והמסקנה שקרית וכך גם הוספה של הנחות נוספות אינה "מקלקלת" את תקפות הטיעון; לא יכול להיות מצב ששלוש ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית. זוהי המונוטוניות של התקפות.<sup>18</sup>

---

## רגע, חושבים

האם ניתן להפוך טיעון חזק לטיעון תקף על-ידי הוספה של הנחות נוספות לטיעון?  
האם ניתן להפוך טיעון תקף לטיעון חזק על-ידי הוספה של הנחות נוספות לטיעון?  
האם אתם יכולים לחשוב ולגלות מדוע כך הם פני הדברים?

---

חשוב לשים לב לעובדה שלא תמיד, לא בכל טיעון תקף, כל ההנחות חשובות לקביעת תקפות הטיעון; לעיתים מסקנת הטיעון נובעת מהנחה אחת או יותר בטיעון, אך בטיעון עצמו יש הנחות נוספות, שאינן תורמות לתקפותו (אך גם אין בכוחן לפגום בתקפות בשל המונוטוניות של התקפות). ראו את הטיעון הבא, כדוגמה:

18 יש המבקשים לראות בתקפות מקרה גבול של חוזק. על-פי עמדה זו, כל טיעון תקף הוא טיעון חזק, או ליתר דיוק, נהנה ממרב החוזק, כלומר אין סיכוי שההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית. עמדה כזו מביעה, למשל, סוזאן האק בספרה *Philosophy of Logics* שהוזכר בהערה 16. אנו מתנגדים לקביעה זו, משום שאנו מאמינים כי המונוטוניות של התקפות היא תכונה חשובה, וכי חשוב לראות שחוזק של טיעון אינו מונוטוני. חשוב, לדעתנו, לראות במונוטוניות קריטריון המבחין בין תקפות לבין חוזק. אם נטען כי כל טיעון תקף הוא גם חזק, נאלץ לקבוע כי יש טיעונים חזקים, שחוזקם הוא מונוטוני: אלה הם הטיעונים התקפים (שהם גם חזקים, על-פי תפיסה זו). בעשותנו כך, אנו קובעים, למעשה, כי המונוטוניות אינה קריטריון להבחנה בין אינדוקציה לבין דדוקציה. מכל מקום, גם אם אינכם מסכימים איתנו, חשוב להבין נקודה זו.

1. כל הפילוסופים קוראים ספרות יפה
  2. נועה היא פילוסופית
  3. נועה אוהבת לקרוא ספרים
- לכן נועה קוראת ספרות יפה.

מסקנת הטיעון נועה קוראת ספרות יפה נובעת משתי ההנחות הראשונות בלבד ואילו ההנחה השלישית אינה חיונית לתקפות הטיעון; גם אלמלא הופיעה ההנחה השלישית, עדיין הטיעון הוא תקף.

מכיוון שבטיעון תקף לא יכול להיות מצב שבו ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית, הוספה של הנחות אחרות לטיעון אין בה כדי להשפיע על התקפות, שהרי הנחה נוספת אינה יכולה ליצור מצב בו הנחות הטיעון תהיינה אמיתיות והמסקנה שקרית, ומכאן שאינה יכולה לפגום כהוא זה בתקפות הטיעון.

1. כל אדם הוא בן תמותה
  2. איתי הוא בן אדם
- לכן איתי הוא בן תמותה.

זהו טיעון תקף, וגם אם נוסיף הנחה כלשהי, למשל את ההנחה איתי הוא בן 150 שנה, עדיין לא יכול להיווצר מצב שכל ההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית: או שההנחה החדשה שקרית ואז לא מתקיים מצב בו כל ההנחות אמיתיות (והמסקנה שקרית), או שההנחה הזו אמיתית ועדיין אם איתי בן אדם (הנחה 2) וכל בן אדם הוא בן תמותה (הנחה 1) אז בהכרח נכון שאיתי הוא בן תמותה.

שני הבדלים אלה בין טיעונים תקפים לבין טיעונים חזקים, הבאים לידי ביטוי בשימוש שאנו עושים במונחים "הכרחיות/סבירות" ו"מונטוניות" – קשורים במידה רבה לעובדה שתקפות תלויה **ביחסים** שבין מרכיבי הטענות **בלבד**, בעוד שחוזק תלוי גם **בהקשר הרחב** של הטיעון. תלות זו של חוזק הטיעון בהקשר שהטיעון מועלה בו, יוצרת את מה שמכונה "בעיית האינדוקציה", האומרת שאי אפשר להצדיק את העיקרון, או העקרונות שהאינדוקציה מבוססת עליהם – לא על-ידי שימוש בתבונה ולא על-ידי הסתמכות על הניסיון. בעיית האינדוקציה הביאה את הפילוסוף הבריטי דייוויד יום<sup>19</sup> לכפור לחלוטין ברציונליות של טיעונים אינדוקטיביים.<sup>20</sup> "הבעיה של יום", כפי שמכונה

19 דייוויד יום (David Hume) נולד בעיר אדינבורו שבסקוטלנד בשנת 1711 ונפטר בשנת 1776. נחשב בעיני רבים לגדול הפילוסופים הבריטים. משנתו הפילוסופית הייתה ספקנית בעיקרה והוא הצליח להטיל ספק ברבות מאמונותינו הבסיסיות ביותר. בין כתביו החשובים ראוי לציין את **מסכת טבע האדם** (1739), את **מחקר בדבר בינת האדם** (1748) ואת **דיאלוגים על הדת הטבעית** (1779). להגותו הייתה השפעה רבה, בין היתר על הגותו של הפילוסוף הגרמני הגדול עמנואל קאנט, אשר כתב כי "היה זה יום אשר עוררני לראשונה מתרדמתי הדוגמאטית".

20 דיון מפורט תוכלו למצוא בספרו של אלעזר וינריב **מדיקרט עד יום, פילוסופיה במאות ה-17 וה-18**, הוצאת האוניברסיטה הפתוחה, יחידות 8-9, עמודים 117-125.

לעיתים בעיית האינדוקציה, לא צריכה להטרידנו יתר על המידה, זאת מכיוון שבקורס זה נתמקד בטיעונים תקפים, או לא תקפים, ומכאן שלא נבחן כלל חוזק אינדוקטיבי של טיעונים.

בעוד שהלוגיקה הדדוקטיבית קיימת כבר למעלה מ-2,500 שנה ובימינו הישגיה מרשימים במיוחד, מצבה של הלוגיקה האינדוקטיבית אינו מעודד. רק בשנת 1843 פורסם הניסיון הראשון לתיאוריה שיטתית של לוגיקה אינדוקטיבית על-ידי ג'ון סטיוארט מיל.<sup>21</sup> בשנות הארבעים של המאה ה-20 נעשה מאמץ גדול לביסוסה של הלוגיקה האינדוקטיבית בעיקר על-ידי רודולף קארנאפ,<sup>22</sup> אך עבודתו של נלסון גודמן<sup>23</sup> היא זו שהצליחה להראות כי לוגיקה אינדוקטיבית צורנית טהורה היא בלתי אפשרית. גודמן הצליח להראות כי הצורה הכללית של טיעונים חזקים אינדוקטיבית זהה לאלה של טיעונים שאינם חזקים אינדוקטיבית.

מכאן ואילך לא נעסוק עוד באינדוקציה. הלוגיקה המודרנית וזו העתיקה, שאותן נלמד, תעסוקנה רק בסוג אחד של שיפוט טיעונים – תקפות.

## 1.4.2 נביעה לוגית ונביעה סיבתית

הזכרנו קודם כי המילים והביטויים המשמשים כמסמני מסקנה וכמסמני הנחות עשויים לעיתים להטעות, וכי קשה להצביע על כללים שבהם מילים וביטויים אלה אכן מסמנים מסקנה או הנחות. הדרך הטובה ביותר לבדוק עניין זה הוא בחינת ההקשר שהטענה נטענת בו וניסיון להבין מה הייתה כוונת טוען הטענות. אך עניין אחד חשוב יש להדגיש במיוחד: טענה הבאה להצביע על קשר סיבתי יכולה להידמות לשרשרת טענות הבאה להצביע על קשר לוגי. כלומר, טענות סיבתיות דומות לעיתים לטיעונים.

ההבדל בין טענה סיבתית לבין טיעון הוא כביכול מובן מאליו: לטענה סיבתית יש צורה כללית "א הוא הסיבה ל-ב" ואילו טיעון הוא אוסף של טענות (שאחדות מהן

21 ג'ון סטיוארט מיל (John Stuart Mill, 1806-1873). פילוסוף ולוגיקן בריטי שנמנה על הזרם האמפיריציסטי. עבודותיו החשובות הן בתחום פילוסופיית המוסר והפילוסופיה הפוליטית. הספר שבו פרסם את עבודתו בשדה הלוגיקה נקרא *A System of Logic* (1843).

22 רודולף קארנאפ (Rudolf Carnap, 1891-1970). פילוסוף אמריקני ממוצא גרמני. היה ממייסדי "החוג הווינאי" בראשית המאה ה-20 וממובילי הזרם הפוזיטיביסטי בפילוסופיה. עיקר מחקריו על האינדוקציה פורסמו ב-"*Logical Foundations of Probability*" בשנת 1950, וב-"*The Continuum of Inductive Methods*" שיצא לאור בשנת 1952.

23 נלסון גודמן (Nelson Goodman, 1906-1998) פילוסוף אמריקאי שנמנה עם הזרם הפרגמטיסטי בפילוסופיה. במאמר "A Query on Confirmation" שפרסם בשנת 1946, ולאחר מכן, בשנת 1955 בספר *Fact, Fiction and Forecast*, הציג גודמן את מה שמכונה "חידת האינדוקציה החדשה", שאחת מההשלכות שלה היא, שלוגיקה אינדוקטיבית צורנית טהורה היא בלתי אפשרית.

עשויות להיות טענות סיבתיות), אך בשפה הטבעית, שבה אנו משתמשים בחיינו היומיומיים, ההבדל מיטשטש לעיתים קרובות. חשבו למשל על המשפט הבא:

המחשב שלי התקלקל ולכן לא הצלחתי להפעילו.

זוהי טענה סיבתית שנטען בה כי הסיבה לכך שלא הצלחתי להפעיל את המחשב היא שהמחשב התקלקל. אף-על-פי שהביטוי מצייין-המסקנה "לכן" מופיע בטענה – אין כאן טיעון; הביטוי "לכן" אינו מצייין קשר של נביעה לוגית, אלא קשר סיבתי בין סיבה ותוצאה. זהו "לכן" סיבתי ולא "לכן" לוגי.

בטיעונים שבחנו למעלה, אי אפשר לטעון כי ההנחות הן סיבת המסקנה. הבה נבחן שוב את אחד הטיעונים הללו:

1. כל הסטודנטים לובשים ג'ינס

2. דליה היא סטודנטית

לכן דליה לובשת ג'ינס.

במקרה זה אי אפשר לטעון כי היותה של דליה סטודנטית הוא הסיבה לכך שהיא לובשת ג'ינס. גם צירוף היותה של דליה סטודנטית עם העובדה שכל הסטודנטים לובשים בג'ינס, אינה יכולה להיות הסיבה לכך שדליה לובשת ג'ינס. אוסף טענות זה **אינו** בא לציין, במצב רגיל,<sup>24</sup> את הסיבה לכך שדליה לובשת ג'ינס, אלא רק לציין שאם נכון הדבר שהיא סטודנטית ושכל הסטודנטים לובשים ג'ינס, אז מתחייב מכך שדליה לובשת ג'ינס.

טענות סיבתיות הן טענות עובדתיות על מצב העניינים בעולם. בדיקה של טענה סיבתית מחייבת בדיקה של דברים בעולם. כדי לדעת אם אכן הסיבה לכך שלא הצלחתי להפעיל את המחשב היא עובדת היותו מקולקל נדרשת בדיקה שעשויה לגלות דברים אחרים. למשל, בדיקה עשויה לגלות שנכון הוא שהמחשב מקולקל, אך למרות זאת ניתן להפעילו באופן מוגבל; הבדיקה עשויה לגלות שלא הצלחתי להפעיל את המחשב משום שלא היה מחובר לחשמל, או משום שלא לחצתי נכון על מתג ההפעלה או מתוך כל סיבה אחרת. הקשר הסיבתי בין שני חלקי הטענה לא הצלחתי להפעיל את המחשב והמחשב מקולקל איננו קשר שניתן ללמוד עליו רק מתוך בחינת מבנה הטענות.

כפי שהזכרנו כבר, טיעון תקף הוא טיעון שהמסקנה בו אמיתית אם ההנחות אמיתיות כולן. טענה סיבתית איננה אמורה להצביע על קשר כזה בין סיבה למסובב אלא לטעון כי א הוא הסיבה ל-ב.

24 במצב "רגיל" הכוונה למצב שבו לכל אחד מהסטודנטים יש סיבה משל עצמו ללבוש ג'ינס: האחד משום שהוא אוהב ג'ינסים, האחרת משום שאמא שלה מכריחה אותה והשלישי משום שהחברה שלו קונה לו רק ג'ינסים וכן הלאה. מצב "לא רגיל" יהיה למשל המצב שבו כל הסטודנטים מחויבים בלבישת ג'ינס, כחלק מתלבושת אחידה או משהו דומה לזה. במצב "לא רגיל" זה, בו כל הסטודנטים לובשים ג'ינס מאותה הסיבה ממש – החובה המוטלת עליהם כסטודנטים – יהיה זה נכון לטעון כי הסיבה לכך שדליה לובשת ג'ינס היא היותה סטודנטית.

על-מנת שההבדל בין טענה סיבתית לבין טיעון יהיה ברור יותר, חשוב לציין כי ניתן להציג טענה סיבתית (או עובדתית) כטיעון, ובכלל זה את הטענה העובדתית שהבאנו בדוגמה האחרונה, אך מעבר זה מטענה סיבתית לטיעון מחייב הוספה של הנחות. אם ננסה לטעון כי הטענה הסיבתית הזו ניתנת להצגה כטיעון כפי שהיא, כך:

1. המחשב שלי מקולקל
- לכן לא הצלחתי להפעילו.

נטען בעצם כי ניתן להציג כל אוסף בן שתי טענות כטיעון, שהרי הצורה הכללית של "טיעון" זה היא:

1. טענה א
- לכן טענה ב.

כשאנו מציגים את צורת הטיעון, אנו "נוטלים" ממנו את תוכנו הספציפי; אנו נטען בעצם שכל טענה "מתיימרת" לנבוע מכל טענה אחרת, והרי הדבר איננו נכון בעליל. רק במקרה שיש יומרה לנביעה לוגית ניתן לטעון כי יש לפנינו טיעון. כדי שתהיה יומרה שכזו לנביעה לוגית אנו חייבים להוסיף הנחה, למשל ההנחה: אם המחשב שלי מתקלקל, אז אי אפשר להפעילו, ואז הצורה הכללית של הטיעון תהיה זו:

1. אם טענה א אז טענה ב
2. טענה א
- לכן טענה ב.

כאן יש טיעון (תקף), אך איננו יכולים לטעון כי היינו נאמנים לטענה המקורית. כאשר הצגנו את הטענה המקורית כטיעון, אמרנו דבר שיש בו מידע רב יותר מהמידע שיש בטענה המקורית. אמרנו שאם אמנם נכון שבכל פעם שהמחשב שלי מתקלקל אי אפשר להפעילו, ואם אמנם נכון שהמחשב שלי התקלקל, כי אז אי אפשר להפעילו. הטענה המקורית הייתה אחרת, והיא אמרה כי: המחשב שלי התקלקל, אי אפשר להפעילו והסיבה לכך שאי אפשר להפעילו היא עובדת היותו מקולקל. יש כאן בעצם שלוש קביעות חד-משמעיות על עובדות בעולם: (1) המחשב שלי התקלקל, (2) אי אפשר להפעיל את המחשב שלי ו-(3) יש קשר סיבתי בין השניים כך ש-1 הוא סיבת 2. כאשר מציגים טיעון אין כל יומרה לקבוע משהו על מצב העניינים בעולם. היומרה היחידה היא להצביע על קשר של **נביעה לוגית** בין הנחות הטיעון לבין מסקנתו. זכרו כי טיעון יכול להיות תקף למרות שהנחותיו שקריות. חשבו למשל על הטיעון הבא:

1. בכל פעם שראיתי ציפור הצלחתי לעוף כמו ציפור
2. אתמול ראיתי ציפור
- לכן אתמול הצלחתי לעוף כמו ציפור.

זהו טיעון תקף משום שבמצב העניינים שבו הנחות הטיעון אמיתיות, אז מסקנתו אמיתית אף היא. מובן לחלוטין שההנחה הראשונה בטיעון אינה אמיתית, אך בכל זאת הטיעון תקף. טענה סיבתית דומה תהיה: אתמול ראיתי ציפור ולכן אתמול הצלחתי לעוף כמו ציפור. זוהי טענה שקרית, כמובן, שהרי איננו יודעים על קשר סיבתי בין צפייה בציפורים לבין היכולת לעוף כמותן. הקשר בין ערכי־האמת של הטענות המרכיבות טיעון כלשהו, לבין התקפות של אותו טיעון הוא כזה שאם ההנחות אמיתיות כולן אז המסקנה אמיתית אף היא, אבל טיעון יכול להיות תקף גם אם חלק מהנחותיו שקריות, או אף אם כל הנחותיו שקריות, כפי שכבר למדנו.

למרות כל האמור, חשוב להדגיש כי בחיי היומיום, כאשר אדם מציג טיעון, הוא מתכוון לכך שהנחות הטיעון אמיתיות כולן, ומכאן שגם מסקנתו, שהרי אם יוצג טיעון שערך־האמת של הנחותיו אינו ברור, לא תהיה כל חובה להאמין כי מסקנתו אמיתית.

לסיום סעיף זה נדגיש, כי יש הבדל בין נביעה לוגית לבין נביעה סיבתית, וחשוב שלא נבלבל בין שני סוגי הנביעה הללו.

## תרגיל ה

קבעו אילו מבין המשפטים הבאים מביעים טיעונים. בכל מקרה בו קבעתם כי משפט מסוים מביע טיעון, קבעו מהי מסקנת הטיעון.

1. ידע שור קונהו וחמור אבוס בעליו (ישעיה א, ג).
2. ויאמר ה' אל משה ואל אהרן יען לא האמנתם בי להקדישני לעיני בני ישראל לכן לא תביאו את הקהל הזה אל הארץ אשר נתתי להם (במדבר, כ, יב).
3. כל העורבים שחורים ולכן כל מה שאינו שחור אינו עורב.
4. ואתם עזבתם אותי ותעבדו אלהים אחרים לכן לא אוסיף להושיע אתכם (שופטים ז, יג).
5. לכל הדגים יש זימים, אך לדולפינים אין זימים אלא ריאות, מכאן אנו למדים כי למרות שהדולפין נראה כמו דג הוא אינו דג.
6. הואיל ואת מסכימה כי מרבית הפוליטיקאים ישרים ומבינה כי ידידנו הוא פוליטיקאי, את חייבת להסכים כי ידידנו אדם ישר.
7. דבר כבר לא יעזור ולכן אני אדישה.
8. אדמית מהירה מבטי, בטי מהירה מגבריאלה ואדמית מהירה מגבריאלה.
9. מכיוון שכל הראיות מצביעות על אשמתך, אני מוצאת אותך אשמה.
10. אני מניח שהדוב פדינגטון הוא שמן מכיוון שכל הדובים שראיתי היו שמנים.

### 1.4.3 טיעונים פשוטים וטיעונים מורכבים

הגדרנו טיעון כאוסף של טענות, שאחת מהן אמורה להיות המסקנה הנובעת לוגית מהיתר, שהן הנחות. מכאן אנו למדים שבכל טיעון יש לפחות הנחה אחת ובדיקת מסקנה אחת.<sup>25</sup> אמנם, כך נתייחס לטיעון במהלך הקורס כולו, אך ראוי לזכור כי מרבית הטיעונים שאנו נתקלים בהם בחיי היומיום, הם מורכבים מעט יותר ומכילים גם מסקנות ביניים. באופן עקרוני עלינו להבחין בין טיעון פשוט, שיש בו רק מסקנה אחת וכל יתר הטענות המרכיבות אותו הן הנחות המוליכות יחדיו אל המסקנה, לבין טיעון מורכב, אשר עשוי לכלול גם מרכיבים נוספים – שלא נעמוד עליהם כאן בפירוט – וכמובן יכול לכלול יותר ממסקנה אחת.

טיעונים מורכבים מתחלקים לשתי קבוצות גדולות: **טיעוני שרשרת וטיעוני מניפה**. טיעון שרשרת מורכב ממספר טיעונים פשוטים יותר, שבהם הטיעון הפשוט הראשון מוביל **למסקנת ביניים**, ומסקנת ביניים זו היא הנחה בטיעון הפשוט השני; הטיעון הפשוט השני מוביל אף הוא למסקנת ביניים זו בתורה היא הנחה בטיעון הפשוט השלישי, וכך הלאה עד לטיעון הפשוט האחרון התומך במסקנה הסופית של הטיעון המורכב כולו (וכמובן שיכול להיות מצב שבו שני טיעונים פשוטים בלבד מרכיבים טיעון שרשרת).

הבה נבחן טיעון מעין זה:

אנשים ציניים בצורה קיצונית הם אנשים הסובלים מרגשי נחיתות. ומדוע? הואיל וציניות קיצונית היא צורה של עוינות בלתי מוצדקת, וזו בתורה נובעת מרגשי נחיתות. שהרי ציניות קיצונית היא ניסיון לפגוע בביטחוננו העצמי של פלוני, והרצון לפגוע בביטחוננו העצמי של פלוני, הוא סוג של עוינות.

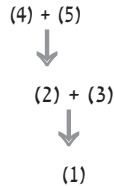
נמספר את הטענות המופיעות בטיעון מורכב זה, לשם פשטות הדיון:

1. אנשים ציניים בצורה קיצונית סובלים מרגשי נחיתות.
2. ציניות קיצונית היא צורה של עוינות בלתי מוצדקת.
3. עוינות בלתי מוצדקת היא תוצאה של רגשי נחיתות.
4. ציניות קיצונית היא ניסיון לפגוע בביטחון העצמי של פלוני.
5. רצון לפגוע בביטחוננו העצמי של פלוני, הוא סוג של עוינות בלתי-מוצדקת.

ברור כי טענה מס' (1) היא זו האמורה להיות המסקנה הסופית של הטיעון המורכב כולו. שימו לב כי כל מאמצו של הדובר מוקדש לשם ביסוס טענה זו. טענה זו אמורה לנבוע מטענות (2) ו-(3) לבדן, אך הדובר מנסה לשכנע כי טענה (2) היא אמיתית, ולשם כך הוא

<sup>25</sup> ישנו מקרה גבולי שניתן לטעון בו שטיעון כלשהו הוא תקף, למרות שיש בו רק מסקנה ואין בו הנחות כלל. אנו נדון במקרה זה בפרק 4, אך ראוי לציין כי לא הכל מסכימים עם קביעה זו.

מביא את טענות (4) ו-(5). כך שהטיעון הראשון בשרשרת הוא (4) ו-(5) לכן (2). טענה (2) היא מסקנת ביניים ומשמשת כהנחה בטיעון הבא בשרשרת: (2) ו-(3) לכן (1). נמפה את הטיעון המורכב כך:



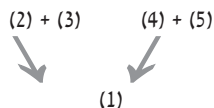
טיעוני מניפה שונים מטיעוני שרשרת. בטיעוני מניפה יש מספר טיעונים פשוטים, אשר כל אחד מהם בנפרד מוביל אל המסקנה האחת, ללא תלות בטיעונים האחרים. נציג לפניכם טיעון מניפה אחד:

השאלה החשובה היא האם ניתן לראות בחוזאות סוג של תעשייה. ובכן, התשובה היא שלילית בעליל. הטעמים לכך מורכבים, אך ניתן לסכםם בשתי עובדות: חוזאות תלויה ביצורים חיים ובתהליכים ביולוגיים, בזמן שהחומרים המשמשים בתעשייה אינם חיים והתהליכים בהם הם מכניים; שנית, מפעל הוא דבר זמני, וכך גם הוא נבנה, בזמן שחווה, אם היא מנוהלת בשורה, תשרוד לנצח.

שוב, נפרוס את הטענות ונמספר אותן כדי להקל על הדיון:

1. חוזאות אינה תעשייה.
2. חוזאות תלויה ביצורים חיים ובתהליכים ביולוגיים.
3. תעשייה תלויה בחומרים דוממים ובתהליכים מכניים.
4. מפעל תעשייתי הוא דבר זמני.
5. חווה חקלאית היא דבר נצחי.

גם במקרה זה די ברור כי טענה (1) היא המסקנה שהדובר מבקש להוליכנו אליה. כאן הוא משתמש בשני טיעונים נפרדים – שהוא מכנה "עובדות" – וטענה (1) אמורה להיות המסקנה של שני הטיעונים הבלתי תלויים: (2) ו-(3) לכן (1); ובנפרד (4) ו-(5) לכן (1). נמפה את טיעון המניפה כך:



שימו לב לכך שבטיעוני מניפה המסקנה נתמכת על-ידי כל ענף בטיעון, ללא תלות בענפים האחרים. בטיעון שלמעלה, למשל, ייתכן מצב שבו הנחות 2 ו-3 שקריות ואילו 4 ו-5 אמיתיות, והן אלה שיאמתו את המסקנה (וייתכן כמובן גם המקרה ההפוך).



כאמור, בקורס זה אנו לא נעסוק בניתוחם של טיעונים מורכבים מהטעם הפשוט שכל טיעון מורכב ניתן לפירוק למספר טיעונים פשוטים, שיש בהם רק "חץ מסקנה" אחד. איננו צריכים כלים מיוחדים כדי לדון בטיעונים מורכבים; כל מה שנלמד על טיעונים פשוטים, ניתן ליישום על טיעונים מורכבים, לאחר שמפרקים אותם לטיעונים פשוטים.

מכאן ואילך, לא נשתמש עוד בביטויים "טיעון מורכב" ו"טיעון פשוט". בכל פעם שנשתמש בביטוי "טיעון" תהיה הכוונה לטיעון פשוט בלבד.

## 1.5 שימושים של טיעונים תקפים

קבענו כי אחד התנאים לתקפות הוא שלא יכול להיות מצב עניינים שכל ההנחות בו אמיתיות והמסקנה שקרית, כלומר, בטיעון תקף, אם ההנחות אמיתיות כולן, אז המסקנה בהכרח אמיתית. כל מצב עניינים אחר אפשרי בטיעון תקף, ובכלל זה מצב שההנחות בו שקריות, כולן או חלקן, והמסקנה אמיתית. אפיון זה של התקפות עלול להיראות חלש, או חסר תועלת לתלמידי לוגיקה בראשית דרכם. לא פעם השמיעו באוזנינו תלמידים, במורת רוח לא מעטה, שהגדרה זו של התקפות, אין בה כדי לעזור מחוץ לשיעורי הלוגיקה, שהרי אם טיעון תקף מאפשר מצב שהנחות הטיעון בו שקריות ומסקנתו אמיתית, מה הטעם בכל הסיפור?

כדי שנוכל להעניק לטרופיה זו מענה מספק, אנו צריכים לזכור כי השימוש הרגיל בטיעונים מניח ברקע כי הנחות הטיעון אמיתיות. כלומר, בדרך-כלל אנו מנסחים טיעונים כדי להקיש ממה שכבר ידוע לנו, או ממה שאנו כבר מסכימים עליו, על מה שאינו ידוע עדיין, או על מה שאיננו מסכימים עליו. פעמים רבות אנו מבקשים למצוא השלכות של ידע קיים, השלכות שלא היו ברורות לנו או לאחרים מלכתחילה. טיעון תקף שהנחותיו אמיתיות מכונה **טיעון מבוסס**, ועלינו לזכור כי בחיי היומיום אנו מתעניינים, בדרך-כלל, רק בטיעונים מבוססים. המצב שבו אנו מתחילים בהנחות שקריות אינו מצב מעניין, להוציא מקרה של רדוקציה לאבסורד, שנדון בה בהמשך סעיף זה. חשוב לנו לעבור מהנחות אמיתיות למסקנה אמיתית, או כפי שהלוגיקנים מנסחים זאת, חשוב לנו שטיעונינו יִשְׁמְרוּ אמת.

טיעון דדוקטיבי תקף **מְשִׁמֵר-אמת**; הוא אינו מאפשר לעבור מהנחות אמיתיות למסקנה שקרית. שימו לב שעל-פי ההגדרה, אם ההנחות אמיתיות כולן אז בהכרח גם המסקנה אמיתית, כך שהתכונה החשובה באמת של הטיעון התקף, היא שימור האמת. בסופו של דבר, זה בדיוק מה שחשוב לנו כשאנו מנסחים טיעונים – מעבר מהנחות אמיתיות למסקנה אמיתית, או במילים אחרות, שימור האמת.

שאלה אחרת המנקרת בראשם של תלמידים מתחילים, היא כיצד יודעים מהו ערך־האמת של טענות המשמשות כהנחות בטיעונים. התשובה הפשוטה היא שאין זה מעניינה של הלוגיקה לקבוע ערך־אמת לטענות (להוציא מצבים של אמת לוגית, שבהם נדון בפרק 4). הלוגיקה מלמדת אותנו מה נובע, או מה אינו נובע, מטענות מסוימות, אך אינה קובעת את אמיתותן או את חוסר אמיתותן של אותן טענות. על ערך־האמת של טענה מסוימת אנו למדים ממקורות אחרים, חוץ־לוגיים. למשל, כדי לדעת מהו ערך־האמת של הטענה יש בדיוק 8 כוכבי־לכת במערכת השמש שלנו עלינו לפנות לאסטרונומים, וכדי לדעת מהו ערך־האמת של הטענה כל בעל־חיים שיש לו לב, יש לו גם כליות עלינו לפנות לביולוגים; כולנו יודעים היטב מה עלינו לעשות כדי לקבוע את ערך־האמת של הטענה השעה בעת היא 10:35 בבוקר וכזה הוא המצב עם הרבה טענות יומיומיות אחרות. קביעת ערך־האמת של טענה זו או אחרת אינה מעניינה של הלוגיקה; הלוגיקה נכנסת לתמונה רק כשאנו מבקשים ללמוד על ההשלכות של טענה מסוימת, או של אוסף טענות מסוים.

השימושים הנעשים בטיעונים תקפים הם רבים ושונים, ואנו מבקשים לתאר כאן כמה שימושים של טיעונים, מתחומים שונים ולצרכים שונים.

השימוש החשוב הראשון נעשה למטרות של שכנוע רציונלי. ישנן דרכים רבות לשכנע אחרים בדבר מסוים; לעיתים אנו מפעילים מניפולציות רגשיות כדי לשכנע, לעיתים אנו מבלבלים את יריבנו לוויכוח בכוונה תחילה ולעיתים אנו פשוט מאיימים כדי "לשכנע" פלוני, אך דרכי שכנוע אלה אינם מענייננו. אנו מתעניינים בדרך שפלונית משכנעת אלמוני באופן רציונלי, על־ידי שימוש בטיעונים, ובפרט על־ידי שימוש בטיעונים תקפים. הפילוסוף היווני הידוע אפלטון<sup>26</sup> השתמש במתודה זו – דר־שיח שבו האחד, בדרך־כלל הפילוסוף סוקרטס,<sup>27</sup> מנסה (ומצליח) לשכנע את בן שיחו, בין היתר על־ידי שימוש בטיעונים תקפים לכאורה – בכל כתביו. במיוחד ידוע הטיעון שסוקרטס מצליח לשכנע בו את בן שיחו קריטון כי אסור לו לסוקרטס לברוח מהכלא ובכך להציל את חייו. סיפור המעשה מתחיל במשפט שסוקרטס נידון בו למוות בעוון השחתת הנוער ופגיעה באלים.

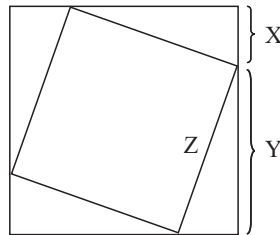
26 אפלטון (Plato) נולד באתונה בשנת 427 לפנה"ס ובה גם נפטר (בשנת 348 לפנה"ס). חשיבותו להתפתחות הפילוסופיה המערבית כה גדולה עד שאלפרד נורת' וייטהד טען כי הפילוסופיה המערבית כולה אינה אלא הערות שוליים לדיונים של אפלטון. כל כתביו מנוסחים בצורה של דיאלוגים שסוקרטס מתווכח בהם עם בני שיחו ומשכנע אותם באמיתות טענותיו, שאינן אלא משנתו הפילוסופית של אפלטון עצמו.

27 סוקרטס (Socrates) נולד באתונה בשנת 469 לפנה"ס והוצא להורג בשנת 399 לפנה"ס על־ידי האתונאים. הוא לא הותיר כתבים כלל ואנו למדים עליו ועל משנתו ממקורות אחרים, בעיקר מכתביהם של הפילוסופים אפלטון ואריסטו, מכתביו של ההיסטוריון היווני קסנופון, ומהמחזה "עננות" שבו המחזאי היווני אריסטופאנס שם ללעג את דרך חייו של סוקרטס.

בזמן ישיבתו בכלא, לפני ביצוע גזר־הדין, מנסה תלמידו וידידו הקרוב קריטון להצילו. הוא מציע לסוקרטס להימלט מהכלא ולברוח לעיר אחרת (לאחר ששיחד, כנראה, את השומרים). על־כך משיב סוקרטס כי הוא אינו מעוניין בזה, ומביא את הטיעון הבא, כדי לשכנע את קריטון כי הדבר אינו כדאי: "חוקי־המדינה האתונאית הם חוקים טובים שהסכמתי להם כל חיי והם אלה שהביאוני עד הלום. אין לגמול רעה תחת טובה, זוהי עוולה מוסרית. אם אברח אפגע בחוקים אשר היטיבו איתי, ובכך אגרום לעוולה מוסרית. האדם הגורם לעוולה מוסרית משחית את נפשו. מי שנפשו מושחתת אינו יכול לחיות חיים טובים. לא החיים חשובים אלא החיים הטובים. מכאן עולה שאם אברח, אשחית את נפשי ואחיה חיים לא ראויים. לכן לא כדאי לי לברוח, ועדיף מבחינתי להישאר ולמות מות ישרים."

ייתכן כי טיעונו של אפלטון אין בו כדי לשכנע אתכם כי עדיף למות ולא לברוח מהכלא, אך זכרו רק שקריטון קיבל את כל הנחות הטיעון כאמיתיות ומשום כך, ורק משום כך, הוא היה חייב לקבל, מבחינה רציונלית, גם את אמיתות המסקנה. שכנוע רציונלי עובד רק במקרה שהאדם שמבקשים לשכנע מקבל את הנחות הטיעון המובא בפניו כאמיתיות (וכמובן אם אותו אדם הוא רציונלי).

שימוש אחר של טיעונים תקפים הוא הוכחות, בעיקר במתמטיקה, אבל גם בתחומים אחרים. כל מי שלמד גיאומטריה בביה"ס היסודי, למד כיצד ניתן להסיק מסקנות מהנחות, כך שהטיעון כולו משמש כהוכחה לאמיתות הטענה המובעת במסקנת הטיעון. ההנחות בטיעונים במסגרת הגיאומטריה הן לעיתים אקסיומות, ואז הן אמיתיות בהגדרה,<sup>28</sup> ולעיתים הן נתונים מקריים המאפיינים את ההוכחה המסוימת שבנדון, ואז אנו מניחים מראש את אמיתותן; ברור כי ההוכחה הגיאומטרית עובדת רק אם ההנחות אמיתיות. כך, למשל, בדרך של טיעון תקף הוכיח פיתגורס<sup>29</sup> את המשפט המתמטי הידוע



28 אף־על־פי שאקסיומה נתפסת בדרך־כלל כאמת שאין לערער עליה, אין זו התפיסה המקובלת היום במתמטיקה. בזכות ערעור על האקסיומות של הגיאומטריה האוקלידית, פותחו במאה ה־19 גיאומטריות אלטרנטיביות, אשר בסופו של דבר התבררו כהכרחיות לפיתוחה של תאוריית היחסות שהציע אלברט איינשטיין.

29 פיתגורס (Pythagoras) היה פילוסוף, מתמטיקאי ומיסטיקן יווני שפעל בעיקר במאה ה־5 לפנה"ס. הוא ייסד את כת הפיתגוראים, שהייתה אפופת מסתורין, ואיננו יודעים באופן חד־משמעי כי היה זה פיתגורס עצמו אשר הוכיח את משפט פיתגורס, ולא אחד מתלמידיו, חברי הכת.

בשם "משפט פיתגורס": במשולש ישר-זווית, ריבוע היתר שווה לסכום ריבועי האנכים. כדי להוכיח משפט זה, צייר פיתגורס ריבוע הכולא בתוכו ריבוע קטן יותר, מוטה, כך שנוצרים ארבעה משולשים ישרי-זווית; כך:

1. יש שתי דרכים לחישוב שטח הריבוע החיצוני: האחת, ריבוע צלע הריבוע והשנייה סכום כל חמשת חלקיו, 4 המשולשים והריבוע הפנימי.
2. על-פי הדרך הראשונה שטח הריבוע החיצוני הוא  $(X + Y)^2$
3. על-פי הדרך השנייה שטח הריבוע החיצוני שווה לארבע פעמים בסיס כפול גובה של המשולשים לחלק לשתיים, בתוספת שטח הריבוע הפנימי, כלומר ריבוע צלעו, או בקיצור:

$$4 \frac{XY}{2} + Z^2$$

4. הואיל ושתי השיטות מודדות את שטחו של אותו ריבוע, התוצאה המתקבלת בשיטה האחת שווה בדיוק לתוצאה המתקבלת בשיטה השנייה:

$$(X + Y)^2 = 4 \frac{XY}{2} + Z^2$$

5. נפתור את המשוואה:

$$X^2 + 2XY + Y^2 = 2XY + Z^2$$

$$X^2 + Y^2 = Z^2$$

מכל זה יוצא שריבוע היתר במשולש ישר זווית ( $Z^2$ ) שווה לסכום ריבועי האנכים  $(X^2 + Y^2)$ <sup>30</sup>.

כך, כשהוא מסתמך על כמה טענות מקובלות בגיאומטריה, הוכיח פיתגורס את המשפט המפורסם שנקרא על שמו.<sup>31</sup>

אפשר להשתמש בטיעונים דדוקטיביים גם כדי להצביע על טעויות, כלומר כדי להוכיח שטענה מסוימת איננה יכולה להיות אמיתית. זאת על-ידי קביעת הנחה מסוימת שממנה נראה כיצד מגיעים לסתירה לוגית, מה שיוכיח שהטענה איננה יכולה להיות אמיתית. בהמשך הקורס אנו נלמד בדיוק כיצד ניתן להפעיל שיטה זו המכונה גם "רדוקציה לאבסורד" (*reductio ad absurdum*), ולעיתים מכונה גם "הוכחה עקיפה".

30 שימו לב: הציור המלווה את ההוכחה אינו נדרש מבחינה לוגית ובא רק לשם הבהרה. הטיעון תקף גם ללא הציור. כלומר, אם הנחות הטיעון אמיתיות כולן (והן אמיתיות) אז המסקנה בהכרח אמיתית.

31 למשפט פיתגורס יש הוכחות אחדות ואנו בחרנו להציג כאן רק אחת מהן.

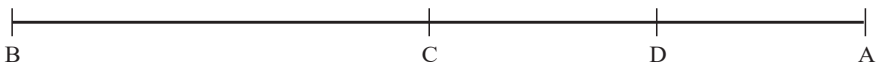
אחת מהדוגמאות הקלאסיות לרדוקציה לאבסורד היא טיעונו של גלילאו גליליי<sup>32</sup> כנגד הטענה שגוף נופל במהירות גדולה יותר ככל שמשקלו גדול יותר, טענה שהיא חלק מהפיסיקה של אריסטו. הבה נניח כי טענה זו נכונה ונראה לאיזו מסקנה נגיע:

1. גוף גדול מאוד ייפול מהר יותר מגוף קטן מאוד
  2. אם נקשור את שני הגופים יחדיו (הגדול והקטן) אז נקבל גוף גדול עוד יותר, שמהירותו תהיה סכום המהירויות של שני הגופים המרכיבים אותו
  3. מצד שני, הגוף הקטן יאט את מהירותו של הגוף הגדול, כך שמהירות הנפילה של שניהם קשורים יחדיו, תהיה ממוצע המהירות של כל אחד מהם בנפרד
- לכן שני הגופים הקשורים יחדיו, יפלו במהירות גדולה יותר מהגוף הגדול לבדו וגם במהירות קטנה יותר (חזרה סתירה לוגית).

הטיעון שמביא גלילאו הוא טיעון תקף, שמסקנתו שקרית בעליל, לכן חייבת להיות לפחות הנחה אחת שקרית, שהרי לא יכול להיות בטיעון תקף שכזה שהמסקנה היא שקרית וכל ההנחות אמיתיות. מכיוון שנראה כי גם ההנחה השנייה וגם ההנחה השלישית הן בעצם מסקנות ביניים הנגזרות מההנחה הראשונה, אנו חייבים להסיק כי המסקנה הראשונה היא שקרית.<sup>33</sup>

שימוש אחר של טיעונים דדוקטיביים הוא במה שמכונה **פרדוקסים**. פרדוקסים הם טיעונים דדוקטיביים הנראים תקפים, ומופיעות בהם הנחות הנראות אמיתיות ומסקנה הנראית שקרית בעליל. הפרדוקס מאלץ אותנו לעשות אחת מהשתיים: לקבל את המסקנה שהאמנו כי היא שקרית, או לדחות את אחת מההנחות, למרות שהיא נראית לנו אמיתית.<sup>34</sup> דוגמה פשוטה לפרדוקס היא הטיעון הבא:

1. כדי לעבור מנקודה A לנקודה B, יש לעבור ראשית את מחצית המרחק שבין A ל-B, כלומר לעבור מנקודה A לנקודה C
  2. כדי לעבור מנקודה A לנקודה C, יש לעבור ראשית את מחצית המרחק שבין A ל-C, כלומר לעבור מנקודה A לנקודה D
  3. וכך חוזר חלילה עד אינסוף
  4. אי-אפשר לבצע אינסוף פעולות בזמן סופי
- לכן אי אפשר לעבור מנקודה A לנקודה B, ובמילים אחרות, תנועה אינה אפשרית כלל.



32 גלילאו גליליי (Galileo Galilei, 1564-1642). מראשוני המדענים המודרניים. חי ופעל באיטליה ולזכותו נזקפות תגליות רבות והמצאות לא מעטות. גלילאו נשפט על-ידי האינקוויזיציה בשל טענתו כי הארץ נעה, ואולץ לחזור בו מטענה זו, אך אז, המיתוס מספר, סינן מבין שפתיו את המשפט "ובכל זאת, נוע תנוע".

33 רק לשם הדיוק נציין כי גלילאו הניח במובלע שאין זה משנה כיצד נקשור את שני הגופים יחדיו, מה שאיננו נכון, למעשה.

34 כמובן, קיימת גם האפשרות שבה נדחה את הטיעון כטיעון בלתי תקף, אך בדרך-כלל פרדוקסים אינם סתם נראים כטיעונים תקפים, הם אכן טיעונים תקפים, כך שלמעשה, אפשרות זאת אינה קיימת, בדרך-כלל.

פרדוקס זה הוצג על-ידי הפילוסוף היווני זנון,<sup>35</sup> ובשעתו לא היו הכלים להתמודד עם הפרדוקס. מסקנת הטיעון אינה יכולה להיות אמיתית, כמובן, והטיעון תקף, ומכך אנו מבינים כי אחת מהנחות הטיעון חייבת להיות שקרית. מכיוון שנראה כי ההנחות הראשונות הן אמיתיות, החשד המיידי נופל על ההנחה השלישית, כלומר על הטענה כי תהליך זה יימשך ללא סוף. ואמנם, המתמטיקה המודרנית מלמדת אותנו כי ההנחה הרביעית אינה אמיתית.<sup>36</sup> פרדוקסים רבים ממשיכים ומעניינים פילוסופים, מתמטיקאים ופיסיקאים גם בימינו, הואיל והם מציגים מצב שהוא בלתי אפשרי בעליל: טיעון תקף בעל הנחות אמיתיות ומסקנה שקרית.

מה שחשוב כאן בעבורנו הוא כי בטיעון תקף בעל מסקנה שקרית חייבת להיות לפחות הנחה אחת שקרית. זאת משום שבטיעון תקף, המסקנה יכולה להיות שקרית רק אם לא כל ההנחות אמיתיות; ובמילים אחרות, בטיעון תקף המסקנה אינה יכולה להיות שקרית אם כל ההנחות אמיתיות. זה נובע מהגדרת התקפות כפי שלמדנו אותה. ודאי שניתן להטיל ספק גם בתקפותו של הטיעון: יהיו שיטענו כי הטיעון עצמו אינו תקף וזו הסיבה לכך שמהנחות אמיתיות קיבלנו מסקנה שקרית. כך או אחרת, מה שברור הוא כי לא ייתכן טיעון שעבורו מתקיימות כל שלוש הטענות: (1) הטיעון תקף, (2) כל הנחותיו אמיתיות ו־ (3) מסקנתו שקרית.

שימוש אחר של טיעונים הוא לגרום לאדם המחזיק בעמדה מסוימת לשנות את דעתו על-ידי גזירת מסקנות הנובעות מאותה עמדה, ושברור כי הוא עצמו לא יכול לקבלן. שוב, מה שעומד מאחורי שיטה זו היא ההבנה כי בטיעון תקף שמסקנתו שקרית, חייבת להיות לפחות הנחה שקרית אחת. כדוגמה נבחן את הטענה כי בדמוקרטיה הרוב קובע **בכל עניין ועניין**:

1. בדמוקרטיה הרוב הוא זה שמכריע בכל שאלה הנוגעת לענייני ניהול המדינה  
לכן אם הרוב יקבע שהמיעוט הוא זה שקובע, אז המיעוט הוא זה שיקבע בכל ענייני המדינה.

מן ההנחה (1), שהיא העמדה שאנו מבקשים לתקוף, נובעת מיידית מסקנה, שמיי שמקבל את ההנחה, אינו יכול לקבלה. בעקבות כך, נוכל לפתוח בדיון "מהם גבולות הכרעת הרוב?", שאלה שקודם אי אפשר היה לדון בה, לאור העמדה בהנחת הטיעון

35 זנון מאֵלֵאָה (Zeno of Elea) (דרום איטליה בימינו), פעל בעיקר במאה ה־4 לפנה"ס. הציג מספר פרדוקסים מרשימים כדי להוכיח כי הצדק עם אנשי האסכולה האלאית, אשר האמינו כי ההוויה היא גוף אחד מושלם, נצחי, לא משתנה וחסר תנועה (בניגוד מוחלט לכל מה שנראה לנו נכון באופן אינטואיטיבי). מייסד האסכולה האלאית היה הפילוסוף היווני הידוע פארמנידס.

36 יש רבים החולקים על כך שהמתמטיקה פתרה את הפרדוקס.

הקובעת שאין כל גבול להכרעת הרוב במשטר דמוקרטי. ישנם עוד שימושי טיעונים רבים ומגוונים: הצגת טיעונים בבית משפט, הצגתה של תיאוריה מדעית חדשה, קבלת החלטות, הכרעה בשיקולים של מוסר וצדק ועוד. בעצם, בכל מקום שנדרשת חשיבה רציונלית אנו משתמשים בטיעונים, ומכאן החשיבות הגדולה שאנו רואים בעצם לימוד הלוגיקה: היא מספקת לנו כלים לבחינת טיעונים שניתן להחילם במקרים רבים בחיינו, ובמסגרות שונות של פעילות אינטלקטואלית, החל ביומיומית ביותר ועד לנשגבת ביותר.



## פתרונות לתרגילים

### פתרון לתרגיל א

1. ניתן לייחס ערך-אמת: אמיתי ביום שישי ושקרי בכל יום אחר.
2. זוהי שאלה, ואי-אפשר לייחס לה ערך-אמת.
3. ניתן לייחס ערך-אמת.
4. לא ניתן לייחס ערך-אמת.
5. ניתן לייחס ערך-אמת: אמיתי בכל יום ראשון בשנה ושקרי בכל יום אחר.
6. ניתן לייחס ערך-אמת: משפט זה הוא בעייתי במקצת, שהרי אם הכל גדל אתמול פי שניים (כולל אמצעי המדידה) אי אפשר להראות זאת (או לשלול זאת). ובכל זאת, או שזה אכן אירע או שלא. עמדה אחרת שתתקבל כאן היא שהמשפט חסר משמעות ומכאן שגם חסר ערך-אמת.
7. ניתן לייחס ערך-אמת: זהו משפט עתידי, אבל או שהוא אמיתי או שהוא שקרי.
8. לא ניתן לייחס ערך-אמת.
9. לא ניתן לייחס ערך-אמת: פקודה או ציווי. לפקודות ולציוויים אין ערך-אמת.
10. ניתן לייחס ערך-אמת: זהו משפט עתידי בעל ערך-אמת.

### פתרון לתרגיל ב

- א. לא נכון. טיעון בעל הנחות אמיתיות ומסקנה אמיתית יכול להיות טיעון תקף אך יכול להיות גם טיעון לא תקף.
- ב. נכון. בטיעון תקף, אם ההנחות אמיתיות אז המסקנה בהכרח אמיתית; כך שאם יוצאים מהנחות אמיתיות והטיעון תקף, אי אפשר לקבל מסקנה שקרית.

- ג. לא נכון. אם הטיעון תקף ולפחות אחת מהנחותיו אינה אמיתית, אין הכרח שהמסקנה תהיה שקרית, והיא יכולה להיות אמיתית.
- ד. לא נכון. הוספת הנחות נוספות, אמיתיות או שקריות, לא תשנה את העובדה שאי אפשר לצאת מהנחות אמיתיות ולקבל מסקנה שקרית.
- ה. נכון. בטיעון כזה אין מצב שההנחות כולן אמיתיות, משום שיש בו שתי הנחות סותרות, ולפיכך אין מצב שבו ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית.

## פתרון לתרגיל ג

א. עלינו להציג שבעה טיעונים. מכיוון שהסכמה תקפה, המצב היחיד שאיננו אפשרי הוא מצב שבו שתי ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית.

1. הנחה 1 אמיתית, הנחה 2 אמיתית ומסקנה אמיתית.

1. כל עבביש אינו נחש

2. יש עבביש שהוא בעל חיים ארסי

לכן יש בעל חיים ארסי שאינו נחש.

2. הנחה 1 שקרית, הנחה 2 אמיתית ומסקנה אמיתית.

1. כל בעל חיים ימי אינו דג

2. יש בעל חיים ימי שהוא דולפין

לכן יש דולפין שאינו דג.

3. הנחה 1 שקרית, הנחה 2 שקרית ומסקנה אמיתית.

1. כל אנקונדה אינו נחש

2. יש אנקונדה שהוא בעל חיים ארסי

לכן יש בעל חיים ארסי שאינו נחש.

4. הנחה 1 אמיתית, הנחה 2 שקרית ומסקנה אמיתית.

1. כל עבביש אינו נחש

2. יש עבביש שהוא זוחל

לכן יש זוחל שאינו נחש.

5. הנחה 1 שקרית, הנחה 2 אמיתית ומסקנה שקרית.

1. כל אנקונדה אינו זוחל

2. יש אנקונדה שהוא נחש

לכן יש נחש שאינו זוחל.

6. הנחה 1 שקרית, הנחה 2 שקרית ומסקנה שקרית.

1. כל דולפין אינו יונק

2. יש דולפין שהוא בן אדם

לכן יש בן אדם שאינו יונק.

7. הנחה 1 אמיתית, הנחה 2 שקרית ומסקנה שקרית.
1. כל בן אדם אינו חיה ימית
  2. יש בן אדם שהוא דג
- לכן יש דג שאינו חיה ימית.

ב. עלינו להציג שמונה טיעונים. מכיוון שהסכמה אינה תקפה, כל שמונת המצבים אפשריים.

1. הנחה 1 אמיתית, הנחה 2 אמיתית ומסקנה אמיתית.
  1. כל עכביש אינו נחש
  2. יש עכביש שהוא חיה ארסיתלכן יש נחש שהוא חיה ארסית.
2. הנחה 1 שקרית, הנחה 2 אמיתית ומסקנה אמיתית.
  1. כל נחש אינו זוחל
  2. יש נחש שהוא חיה ארסיתלכן יש זוחל שהוא חיה ארסית.
3. הנחה 1 שקרית, הנחה 2 שקרית ומסקנה אמיתית.
  1. כל נחש אינו זוחל
  2. יש נחש שהוא זיקיתלכן יש זוחל שהוא זיקית.
4. הנחה 1 אמיתית, הנחה 2 שקרית ומסקנה אמיתית.
  1. כל עכביש אינו נחש
  2. יש עכביש שהוא זוחללכן יש נחש שהוא זוחל.
5. הנחה 1 אמיתית, הנחה 2 אמיתית ומסקנה שקרית.
  1. כל עכביש אינו נחש
  2. יש עכביש שהוא בעל שמונה רגלייםלכן יש נחש שהוא בעל שמונה רגליים.
6. הנחה 1 שקרית, הנחה 2 אמיתית ומסקנה שקרית.
  1. כל יונק אינו דולפין
  2. יש יונק שהוא בעל פרווהלכן יש דולפין שהוא בעל פרווה.
7. הנחה 1 שקרית, הנחה 2 שקרית ומסקנה שקרית.
  1. כל אנקונדה אינו פסנתר
  2. יש אנקונדה שהוא חיה ארסיתלכן יש פסנתר שהוא חיה ארסית.

8. הנחה 1 אמיתית, הנחה 2 שקרית ומסקנה שקרית.  
 1. כל עכביש אינו נחש  
 2. יש עכביש שהוא חתול  
 לכן יש נחש שהוא חתול.

### פתרון לתרגיל ד

1. (הפתרונות הן רק דוגמאות ויש לשער שבפתרונותיכם הבאתם דוגמאות שונות)
- א. 1. כל מקרר הוא מכשיר חשמלי  
 2. יש מכשיר חשמלי המחמם מים  
 לכן כל מקרר מחמם מים.
- ב. 1. כל מכונית היא כלי רכב  
 2. כל מכונית היא בעלת גלגלים  
 לכן כל כלי רכב הוא בעל גלגלים.
- ג. 1. יש גברים שהם חברי כנסת  
 2. יש חברי כנסת שאינם מעשנים  
 לכן כל הגברים אינם מעשנים.
- ד. 1. כל העופות הם בעלי נוצות  
 2. כל העיטים הם בעלי נוצות  
 3. יש עופות שאינם עיטים  
 לכן יש בעלי נוצות שאינם עופות.

### פתרון לתרגיל ה

1. אין כאן טיעון כי אם טענה. אמנם יש שני משפטים, אבל אין כל יומרה לקשר של נביעה לוגית בין שניהם.
2. אמנם יש כאן שני משפטים וביניהם המילה "לכן", אך הכוונה כאן היא לקשר של סיבה ותוצאה ולא של הנחה ומסקנה: האל מסביר למשה ואהרון מהי הסיבה שבעטיה הם לא ייכנסו לארץ ישראל.
3. זהו טיעון אשר הנחתו כל העורבים שחורים ומסקנתו מה שאינו שחור אינו עורב.
4. גם כאן יש "לכן" סיבתי ולא "לכן" לוגי. מתוארות סיבה ותוצאה.
5. זהו טיעון אשר מסקנתו היא הדולפין אינו דג והנחותיו הן כל דג הוא בעל זימים והדולפין אינו בעל זימים.
6. זהו טיעון. אמנם טיעון גרוע, אך בכל זאת טיעון, הואיל והטענה ידידנו אדם ישר מתיימרת לנבוע מהטענות האחרות.

7. ה"לכן" הוא סיבתי: מתוארת הסיבה לאדישות.
8. אין כאן טיעון, אלא רצף של שלוש טענות, למרות שנראה כאילו יש כאן טיעון. אמנם מבחינה לוגית הטענה אדמית מהירה מגבריאלה נובעת משתי האחרות, אך במקרה דנן, טענה זו אינה מתיימרת לנבוע מהאחרות: שימו לב כי אין כאן כל מסמך-מסקנה או מסמך-הנחה.
9. יש כאן מישהי המוצאת מישהי אחרת אשמה בדבר-מה, אך אינה מפרטת מהן הראיות, אלא מסבירה כי הסיבה לכך שהיא מוצאת את האחרת אשמה היא כזו וכזו. יש כאן טענה סיבתית ולא טיעון.
10. זהו טיעון. הדובר מגיע למסקנה מסוימת בהתבססו על ידע קודם. הטענה הדוב פדינגטון שמן מתיימרת לנבוע מהטענה כל הדובים שפגשתי עד היום היו שמנים.